



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL



# PROBABILIDADE NO 5º ANO do Ensino Fundamental

E A ARGUMENTAÇÃO

Matemática



## AUTORA:

Ewellyn Amâncio Araújo Barbosa

## ORIENTADORA:

Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada

**EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA****SEQUÊNCIA DIDÁTICA****Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e a Argumentação  
Matemática**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), como requisito parcial para o título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de pesquisa: Saberes e Práticas Docentes

Orientadora: Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada

Maceió

2023

## FICHA CATALOGRÁFICA

**Catalogação na Fonte  
Universidade Federal de Alagoas  
Biblioteca Central  
Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

B238a Barbosa, Ewellyn Amâncio Araújo.

A argumentação nas aulas sobre probabilidade do 5º ano do ensino fundamental : uma proposta de investigação matemática / Ewellyn Amâncio Araújo Barbosa. – 2023.

421 f. : il. color. + material adicional ( 113 f.)

Orientadora: Cláudia de Oliveira Lozada.

Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e da matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Maceió, 2023.

Produto educacional: Sequência didática: Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e a Argumentação Matemática.

Bibliografia: f. 329-339.

Apêndices: f. 340-401.

Anexos: f. 402-421.

1. Argumentação. 2. Probabilidade - Estudo e ensino. 3. Padrões discursivos. 4. Investigação matemática. 5. Ensino fundamental - 1º a 4º. I. Título.

CDU: 372.851.92

## FOLHA DE APROVAÇÃO

EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA

Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e a argumentação matemática

Produto Educacional apresentado à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovado em 27 de setembro de 2023.

### BANCA EXAMINADORA

---

Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada  
Orientadora  
(IM/Ufal)

---

Prof. Dr. Márcio Pironel  
(IFSP)

---

Prof. Dr. Elton Casado Fireman  
(Cedu/Ufal)

## APRESENTAÇÃO

Olá, caro (a) docente!

A sequência didática elaborada por meio da trilha de aprendizagem intitulada como “Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e a argumentação matemática” é fruto de uma pesquisa de Mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM - da Universidade Federal de Alagoas, sob orientação da Professora Dra. Claudia de Oliveira Lozada.

A trilha de aprendizagem contempla conteúdos de probabilidade desde o 1º ano até o 5º ano do Ensino Fundamental, buscando resgatar e ressignificar conhecimentos probabilísticos. Sua configuração adota uma abordagem lúdica por meio de uma aventura através da **Probabililha**, onde os alunos passarão por 5 estações compostas por situações-problema e jogos com os quais terão a oportunidade de vivenciar uma investigação matemática e desenvolver habilidades de argumentação por meio da aprendizagem de conteúdos de probabilidade.

Este material é composto por duas partes principais: a primeira é a sequência didática por meio de uma trilha de aprendizagem que foi organizada em 5 (cinco) estações com atividades planejadas para serem aplicadas em uma pré-aula e mais 4 (quatro) encontros. A pré-aula é composta de um questionário a priori com a finalidade de analisar o que os alunos entendem por argumentação nas aulas de Matemática bem como acerca dos conhecimentos de Probabilidade, além de uma atividade proposta para casa através do jogo “The Vile Vendor” a fim de sondar os conhecimentos probabilísticos prévios que dizem respeito à classificação de eventos.

A primeira estação da trilha de aprendizagem ocorre no primeiro encontro após a pré-aula e é composta por dois jogos (Tampesca e Quadraletórios) que relacionam os objetos do conhecimento previstos para o 1º e 2º ano do Ensino Fundamental que é de desenvolver a noção de acaso e a

ideia de aleatório em situações do cotidiano (BRASIL, 2018). Além disso, a primeira estação também contém atividades escritas e autoavaliação, visando a promoção da argumentação e consolidação da compreensão do conceito de classificação de eventos envolvendo o acaso e a noção de aleatoriedade.

A segunda estação ocorre no segundo encontro e é composta pelo jogo “Correndo ao acaso”, por atividades escritas e uma autoavaliação, buscando promover a argumentação e análise da ideia de acaso em situações do cotidiano considerando o espaço amostral, objeto de conhecimento que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê para o 3º ano do Ensino Fundamental.

A terceira estação ocorre no terceiro encontro e abrange atividades escritas, autoavaliação e dois jogos que buscam desenvolver a análise de chances de ocorrência de eventos aleatórios, conteúdo previsto para o 4º ano do Ensino Fundamental segundo a BNCC (BRASIL, 2018). Ademais, na terceira estação é esperado que os alunos consigam ter uma melhor evolução no processo argumentativo e na assimilação dos conhecimentos probabilísticos em sala de aula.

As estações quatro e cinco ocorrem no quarto encontro são compostas pelo jogo “Probabilinha”, atividades escritas, autoavaliação e finalização da trilha de aprendizagem. As atividades pensadas para as estações quatro e cinco foram idealizadas para promover a construção de conhecimentos relativos aos conteúdos previstos para o 4º e 5º ano do Ensino Fundamental que é o de analisar as chances de eventos aleatórios e calcular a probabilidade de eventos equiprováveis (BRASIL, 2018).

A segunda parte deste material é composta por um questionário a posteriori com três blocos (A, B e C), para ser aplicado em um último encontro após a finalização das estações quatro e cinco. O bloco A é composto por questionamentos que visam analisar os aspectos didáticos e metodológicos do produto educacional, o bloco B visa analisar o desenvolvimento da argumentação e dos conceitos de Probabilidade e o bloco C se concentra em analisar os conhecimentos de Probabilidade construídos pelos alunos participantes das atividades investigativas.

Almejamos que essa sequência didática por meio da trilha de aprendizagem contribua para o desenvolvimento do pensamento probabilístico e para a prática docente no que se refere ao ensino de Probabilidade e aos processos argumentativos que podem ser desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, fazendo com que os professores se sintam motivados a planejar aulas com atividades investigativas que estimulem as interações discursivas que podem auxiliar na construção dos conceitos de uma maneira participativa, dinâmica e dialógica.

## SOBRE A AUTORA



### AUTORA: EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA



Mestranda no Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de Saberes e Práticas Docentes na Universidade Federal de Alagoas. Graduada em Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Integrante do grupo de pesquisa Matemática Tecnologia e Educação (MATEDTEC), no qual objetiva auxiliar no processo de formação docente e desenvolvimento de práticas educacionais no ensino de Matemática. Participou como instrutora de matemática do Programa de Apoio aos Estudantes das Escolas Públicas do Estado (PAESPE) ministrando aulas para alunos das escolas públicas de Alagoas. É Egressa do Programa de Educação Tutorial (PET) Ciência e Tecnologia, cujo objetivo é desenvolver o ensino, pesquisa e extensão. Também fez parte do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) com o intuito de desempenhar estudos acerca das soluções de equações diferenciais via métodos de discretização. Além disso, obteve experiência no projeto mulheres nas ciências exatas, engenharias e computação, fortalecendo a inserção das mulheres na ciência.

## SOBRE A ORIENTADORA

### ■ ● ▲ ORIENTADORA: CLAUDIA DE OLIVEIRA LOZADA



Docente e pesquisadora no Instituto de Matemática e Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas; Pós-doutorado em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC; Doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo; Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul; Graduada em Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. Realiza pesquisas na área de Educação Matemática, Ensino de Ciências, Ciências da Aprendizagem e Inteligência Artificial e Inovação aplicada ao Direito. Suas pesquisas na área de Educação Matemática se concentram no Ensino-Aprendizagem de Matemática e Formação de Professores que ensinam Matemática e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação para o Ensino de Ciências e Matemática. É membro do GT da Modelagem Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), membro da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC) e membro da Sociedade Brasileira de Física (SBF).

## SUMÁRIO

<b>1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA IMPORTÂNCIA.....</b>	<b>11</b>
<b>2 PRINCIPAIS TEORIAS QUE FUNDAMENTAM A PROPOSTA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 O ensino de Probabilidade no Currículo .....</b>	<b>12</b>
<b>2.2 A importância da argumentação nas aulas de Matemática .....</b>	<b>19</b>
<b>3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ATIVIDADES PROPOSTAS.....</b>	<b>26</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>99</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>100</b>

## 1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA IMPORTÂNCIA

Diante do atual cenário da Educação e das demandas exigidas durante a prática docente, percebe-se a relevância de um bom planejamento para que haja uma execução eficaz dos conteúdos previstos para determinada aula ou período de tempo necessário para se ministrar o conteúdo. Segundo Ostetto (2000), planejar é essencial em diversos aspectos da sociedade, inclusive na Educação. Desta forma, percebemos que a atividade de planejamento não deve focar em sofisticações e utopias, mas “deve exigir objetividade, simplicidade, validade e funcionalidade, devendo ser um instrumento para o professor e para o aluno” (OSTETTO, 2000, p. 10).

Assim, acreditamos que a elaboração da sequência didática está diretamente ligada ao planejamento do professor, visto que uma Sequência Didática (SD) é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18). Ademais, uma sequência didática compila diversos objetivos que pretendem ser executados ao longo de determinado período em sala de aula, fazendo com que o professor possa ter uma abordagem mais clara e didaticamente organizada de sua prática docente, pois irá guiar com muito mais destreza e eficácia a elaboração dos planos de aula, visto que toda a parte mais geral estará estruturada na sequência com as devidas necessidades e pretensões educacionais.

Diante disto, reconhecemos a necessidade de apresentar uma sequência didática através deste Produto Educacional, entendendo sua importância e eficácia no âmbito escolar, com o intuito de ordenar e estruturar as atividades propostas, junto aos objetivos educacionais pré-definidos na dissertação de Mestrado.

## 2 PRINCIPAIS TEORIAS QUE FUNDAMENTAM A PROPOSTA

Neste tópico, trazemos uma síntese sobre as principais teorias que fundamentam a pesquisa da dissertação de Mestrado e delineiam o Produto Educacional, sendo este momento um norte para deixar nítido os principais objetivos e referenciais teóricos que foram essenciais para a execução do

estudo. Tais estudos podem ser aprofundados e lidos na dissertação completa, na qual será possível analisar com detalhes o processo realizado para alcançar os resultados e considerações que foram feitas através da produção do Produto Educacional em questão e sua aplicação.

Com isso, o nosso estudo tem como objetivo geral **analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental pode trazer para a formação dos conceitos e para o desenvolvimento do pensamento probabilístico**. Com isto, dividiremos este tópico em dois pontos importantes: o primeiro se refere ao Ensino de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e o segundo é sobre a relevância e contribuições do processo argumentativo durante o aprendizado dos conceitos probabilísticos.

## 2.1 O ensino de Probabilidade no Currículo

Quando falamos em Probabilidade, podemos analisar diversos aspectos inerentes à sociedade e ao mundo que inclui este tema de modo direto ou indireto, seja ao observar a previsão do tempo, ao apostar em um jogo na loteria, ao tomar decisões que envolvam as chances de algo ocorrer, ou até mesmo analisar a probabilidade de alguém sobreviver a um vírus contagioso e letal que se dissemine com rapidez e força. Mas afinal, o que seria probabilidade em um sentido mais amplo?

Segundo Morgado (2014 *apud* Silva, 2016) a palavra “probabilidade” tem origem no Latim, que tem por significado “provar ou testar” (*probare*) e “teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, na ocasião também era utilizado no intuito de antecipar o futuro” (SILVA, 2016, p.13). Além disso, Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre Fermat (1601-1655) contribuíram acerca dos estudos da probabilidade levantando hipóteses que envolviam a ideia de resultados que eram possíveis em situações que relacionam apostas em jogos de dados, fazendo com que a Teoria das Probabilidades fosse sendo conduzida como parte da Ciência (SILVA, 2016).

Observamos que a Probabilidade é uma ideia antiga que permanece até o presente século por fazer parte do cotidiano da sociedade e ganhar notoriedade em diversas áreas do conhecimento, como a Matemática, Biologia,

Química e entre outros. Com isto, é natural que se pense na Probabilidade como conteúdo essencial nos currículos escolares, pois os alunos devem ter o domínio dos conteúdos de modo que possam avaliar criticamente e transportar os conhecimentos construídos ao contexto que estão inseridos, vendo utilidade do que estão aprendendo em seu cotidiano, o que faz com que os conceitos tenham maior significado. Sendo a Probabilidade essencial ao longo da Educação Básica, é importante que saibamos seu percurso e inserção nos documentos que nortearam e norteiam a Educação Básica nos últimos anos.

Quando analisamos o conteúdo de Probabilidade nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento anterior à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), percebemos que o conteúdo de Probabilidade e Estatística que estava alocado na unidade temática Tratamento da Informação, proposto ao longo do Ensino Fundamental da Educação Básica, focava mais em Estatística do que em Probabilidade, o que alertava que o ensino de Probabilidade não era algo considerado tão necessário no chamado primeiro ciclo do Ensino Fundamental, por exemplo. Além disso, é importante destacar que na época dos PCNs, o Ensino Fundamental era dividido em ciclos, sendo o 1º ciclo correspondente às antigas 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> séries e o 2º ciclo correspondia às antigas 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries (BRASIL, 1997).

Assim, elaboramos um quadro elencando as ideias probabilísticas nos PCNs no 1º e 2º ciclo, para uma melhor compreensão daquilo que havia sido pensado para o ensino do conteúdo de Probabilidade nos primeiros anos do Fundamental, confirmando o que foi dito anteriormente:

**Quadro 1- Conteúdo de probabilidade no 1º e 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)**

PCNs		
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	OBJETIVOS DO EF	Aprender noções de estatística, de probabilidade e de combinatória.
		Compreender que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos.
		As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).
	OBJETIVOS 1º CICLO	não identificado
	CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS 1º CICLO	não identificado
	OBJETIVOS 2º CICLO	Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.
	CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS 2º CICLO	Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.  Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022) com base nos PCNs (BRASIL, 1997)

Em prosseguimento, o principal documento que norteia a Educação Básica atualmente é a Base Nacional Comum Curricular na qual conseguimos observar que houve um progresso acerca da abordagem e perspectivas sobre o ensino de Probabilidade. A BNCC (BRASIL, 2018) considerou o ensino de Probabilidade como sendo essencial desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com a finalidade de que os alunos sejam capazes de compreender que nem todos os fenômenos são determinísticos, analisando situações que envolvam o acaso e a aleatoriedade em seu cotidiano, como mostra o Quadro 2:

**Quadro 2 - Probabilidade do 1º ao 5º ano do EF na BNCC**

BNCC (BRASIL, 2018)		
FINALIDADE	Promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos	
1º ANO	Objetos de conhecimento	Noções de acaso
	Habilidades	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ANO	Objetos de conhecimento	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano
	Habilidades	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ANO	Objetos de conhecimento	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral
	Habilidades	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ANO	Objetos de conhecimento	Análise de chances de eventos aleatórios
	Habilidades	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.

5º ANO	<b>Objetos de conhecimento</b>	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios
		Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis
	<b>Habilidades</b>	<p>(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.</p> <p>(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).</p>

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022) com base na BNCC (BRASIL, 2018)

Com essas colocações, a Probabilidade nos anos iniciais é colocada sob a perspectiva de que o seu ensino não deve ser limitado ao cálculo e aplicação de fórmulas como se vê comumente no Ensino Médio, mas que fazem parte de uma construção ao longo das etapas subseqüentes da Educação Básica, para que possa promover um aprendizado significativo para o aluno.

Além disso, os trabalhos de Batanero, Godino e Roa (2004), Lopes (2008), Amaral (2004), Coutinho (1994), Eugênio (2019), Silva (2016) e Fischbein (1969) nos apresentam reflexões genuínas quanto à importância do ensino de Probabilidade, bem como suas dificuldades e contribuições para o aprendizado do aluno. Um dos principais desafios apontados por Batanero, Godino e Roa (2004) é que para os professores dos anos iniciais falta uma formação mais específica para o ensino de Probabilidade para usufruir de um preparo adequado, pois muitas das vezes não são fornecidos os conhecimentos didáticos e matemáticos necessários que conduzam para um bom domínio dos conceitos, dos procedimentos e de suas aplicações no cotidiano.

Ademais, Batanero, Godino e Roa (2004, p. 4) afirma que “mudar o ensino de probabilidade nas escolas dependerá do quanto pode convencer os professores de que este é um dos temas mais úteis para seus alunos”. Coutinho (1994), por sua vez, aponta a necessidade do ensino de Probabilidade para os alunos por um ponto de vista social e no trabalho de Lopes (2008, p. 61) observamos a urgência da abordagem de conceitos desde cedo, sendo que a autora também destaca que “não é possível esperarmos

que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de mundo”.

Ao discutirmos sobre o ensino de Probabilidade é relevante que falemos acerca do letramento probabilístico, que é a capacidade de:

Leitura, interpretação e estabelecimento de sentido pelo trabalho com conceitos de aleatoriedade, acaso, espaço amostral e diferentes significados da probabilidade, que possibilitem a tomada de decisões dos cidadãos” (EUGÉNIO, 2019, p. 10).

Segundo Eugênio (2019, p. 214) ao manifestar o letramento probabilístico o aluno estabelece:

Sentido naquilo que está estudando e compreenderá que a Probabilidade é um componente muito importante do ensino da Matemática e que tem diversas aplicações no mundo e dentro da própria Matemática.

Quando analisamos a Probabilidade por essa perspectiva, entendemos que o aluno não deve ter se apropriar de conceitos rasos, mas deve ser capaz de atribuir significado ao realizar procedimentos, práticas e interpretações probabilísticas, tendo uma visão holística que irá contribuir para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Já Gal (2005) apresenta um modelo de letramento probabilístico composto por dois elementos que se desdobram, como se pode ver no quadro a seguir:

### **Quadro 3 – Letramento Probabilístico**

<b>Elementos de conhecimento</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Grandes ideias: Variação, Aleatoriedade, Independência, Previsibilidade/Incerteza.</li> <li>2. Calculando probabilidades: Maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.</li> <li>3. Linguagem: Os termos e métodos usados para comunicar sobre o acaso.</li> <li>4. Contexto: Compreender o papel e as implicações das questões probabilísticas e mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público.</li> <li>5. Questões críticas: Questões para refletir ao lidar com probabilidades</li> </ol>
<b>Elementos de disposição</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Postura crítica.</li> <li>2. Crenças e atitudes.</li> <li>3. Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco (por exemplo, aversão ao risco).</li> </ol>

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação a partir do trabalho de Gal (2005, p. 51)

Gal (2005) esclarece que o que constitui um nível suficiente de conhecimento ou entendimento na área de Probabilidade não pode ser definido em termos absolutos, pois há diferentes culturas e contextos de vida, assim, segundo o autor, a idade e o histórico dos alunos impactam em seu

conhecimento de mundo, capacidade de lidar com conceitos abstratos ou capacidade e vontade de criticar seus próprios pensamentos ou os dos outros sobre probabilidade, chance e incerteza.

Nesse sentido, Hokor (2023) discute a necessidade de se promover a alfabetização probabilística uma vez que situações envolvendo Probabilidade estão presentes no cotidiano e na profissão de muitas pessoas. O autor explica que uma pessoa alfabetizada probabilisticamente é capaz de interpretar, avaliar criticamente, analisar, julgar, decidir e comunicar sobre situações incertas e fazer escolhas e assumir as consequências dessas escolhas. Hokor (2023, p. 2) explica que essas habilidades decorrem do desenvolvimento de raciocínio probabilístico, que é a “maneira como as pessoas raciocinam sobre situações incertas e tomam decisões com base nos resultados prováveis”. Segundo Hokor (2023, p. 32) a “habilidade de identificar os resultados mais prováveis na incerteza constitui pensamento probabilístico”. O autor propõe o um modelo para o pensamento probabilístico que envolve a identificação de todos os resultados possíveis, avaliando o grau de possibilidade previsões de eventos futuros que tem elementos de dúvida, para então se tomar uma decisão.

Alfabetização e letramento estão relacionados, sendo a primeira um processo que envolve práticas de comunicação considerando a língua materna como pilar – daí se insere a argumentação - num contexto social e, o segundo é um processo mais específico em que o sujeito munido de um conjunto maior de habilidades e competências está apto a fazer uma leitura crítica do mundo que o cerca, do contexto social e cultural, tendo como meios a leitura, a escrita, a oralidade, o que torna os processos argumentativos ricos, pois passar a ter elementos analíticos e dialógicos mais robustos.

Além disso, acreditamos que a argumentação é um fator essencial para o desenvolvimento do pensamento probabilístico e, portanto, analisaremos como esse processo ocorre visto que a argumentação é tida como necessária em diversas esferas, como na Educação, englobando todas as disciplinas escolares.

## 2.1 A importância da argumentação nas aulas de Matemática

A escolha de se estudar a argumentação na pesquisa do Mestrado se deu através das reflexões sobre os processos dialógicos e discursivos que ocorrem em sala de aula e sua importância no processo de aprendizagem. Inicialmente, percebemos que o uso da argumentação é tido como essencial na Base Nacional Comum Curricular, que coloca a argumentação como sendo a sétima competência geral a ser desenvolvida pelos alunos ao longo da Educação Básica, ou seja, é algo que deve ser perpassado em todos os níveis e etapas, bem como em todas as disciplinas escolares.

Além disso, o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), principal entidade que trata dos currículos norte-americanos da Educação Básica e com influência mundial, recomenda que a prática docente em Matemática deve possibilitar aos alunos a construção de argumentos viáveis para que analisem e critiquem o raciocínio de outros.

Em continuidade, para Colonnese et al. (2015) a argumentação no ensino de Matemática é potencialmente positiva, produz benefícios e envolvimento em práticas de aprendizagem, além de trabalhar com os processos cognitivos. Ademais, Simon e Richardson (2009 apud FIELDING-WELLS, 2013, p. 290) afirmam que “o potencial para enculturar os alunos em práticas e discursos específicos de um assunto é um dos principais benefícios para a introdução de explicação e argumentação em sala de aula”.

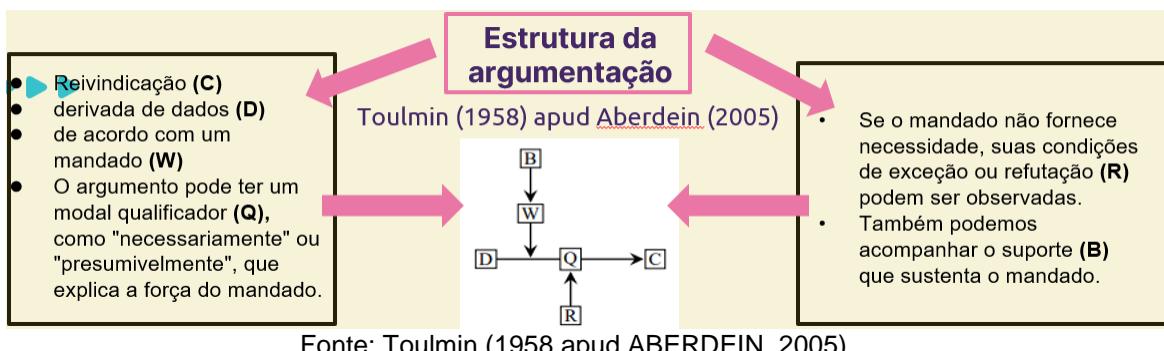
Com isso, observamos a importância da inserção da argumentação em sala de aula, porém é preciso que explicitemos o que seria de fato a argumentação nesse trabalho, visto que ao estudar a literatura, percebemos algumas diferenças na abordagem argumentativa dependendo da perspectiva que se é analisada. Alguns referenciais teóricos que fundamentaram a ideia argumentativa e dialógica nessa pesquisa foram os trabalhos de Sasseron e Carvalho (2011), Leitão (2007), Weston (2009), Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005), Mortimer e Scott (2002) e entre outros. Notemos que no trabalho de Sasseron e Carvalho (2011, p. 100) a argumentação é entendida como:

Todo e qualquer discurso em que aluno e professor apresentam suas opiniões em aula, descrevendo ideias, apresentando hipóteses e evidências, justificando ações ou conclusões a que tenham chegado, explicando resultados alcançados. Neste sentido, tomada-a em sentido tão amplo, acreditamos haver dois vieses que precisam ser igualmente considerados durante o trabalho em sala de aula: um destes vieses diz respeito à estrutura do argumento e o outro trata de sua qualidade.

A ideia de Sasseron e Carvalho se interliga ao que Leitão (2007, p. 75) apresenta acerca da argumentação, informando que a mesma é “uma atividade discursiva que se caracteriza pela defesa de pontos de vista e consideração de perspectivas contrárias”. Uniremos as ideias de argumentação de Leitão (2007) e Sasseron e Carvalho (2011) com a estrutura argumentativa de Toulmin e as abordagens comunicativas propostas por Mortimer e Scott (2002). Em complemento, tais concepções argumentativas também foram estudadas sob a perspectiva de Macagno e Walton (2010), Scriven e Paul (1987), Freeman (2006) e de Kosko e Guilford (2018).

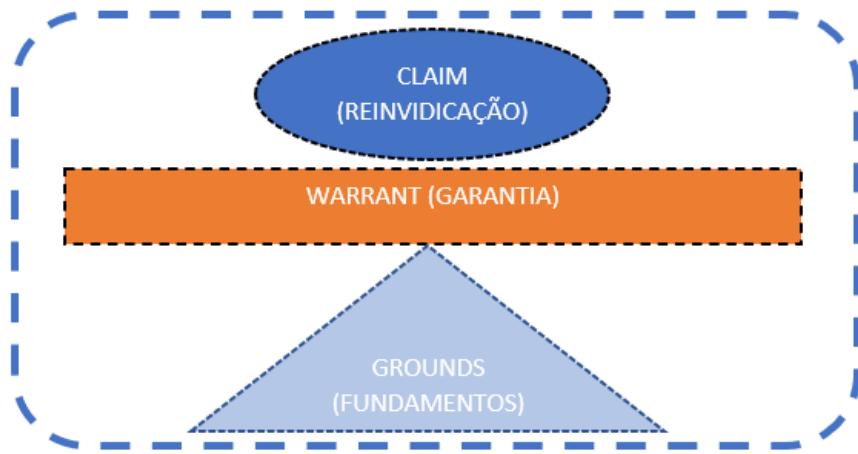
Além do mais, é sabido que as premissas e conclusões são importantes no processo argumentativo, porém Toulmin (1958) coloca que a estrutura argumentativa é composta pela Reivindicação (C), Dados (D), Mandado/Garantia (W), Qualificador (Q), Refutação (R) e o Suporte (B), abrangendo mais elementos que outrora falados na visão aristotélica. Para melhor entender a estrutura de Toulmin, observemos a figura 1 e 2 que apresentam um bom esquema visual para a ideia dessa estrutura argumentativa:

**Figura 1- Estrutura da argumentação proposta por Toulmin**



Observemos que na figura 2, a estrutura de Toulmin se assemelha a uma “gangorra”, que mantém a reivindicação em equilíbrio quando dada uma boa garantia para tal:

**Figura 2- Estrutura da argumentação proposta por Toulmin**



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022) com base nos estudos de Toulmin (1958)

No diagrama abaixo, Kosko (apud STAPLES et al, 2016) mostra que a prova seria um subconjunto do argumento e uma prova, no entanto, poderia servir como uma justificação (um exemplo simplista é um teorema que foi comprovado servindo como justificativa em outra prova):

**Figura 3 - Versão traduzida do diagrama proposto por Kosko**



Fonte: Diagrama proposto por Kosko (2016, p. 38) em um trabalho desenvolvido com Staples et al. (2016)

Da mesma forma, Kosko (apud STAPLES et al, 2016) afirma que um argumento poderia servir como justificação (embora não necessariamente no

contexto da prova). É válido ressaltar que tantos conhecimentos sobre argumentação, justificativa e prova devem ser estudados pelo docente antes da inserção da argumentação em sala de aula, com o intuito de saber os conceitos básicos que envolvem a argumentação e suas demais vertentes.

Fazer com que os alunos se engajem na justificação e argumentação matemática é um processo difícil tanto para eles quanto para os professores no que se refere a interpretar se um aluno está fornecendo uma justificativa matematicamente suficiente ou não (KOSKO; GUILFORD, 2018). Ainda nessa perspectiva, Kosko e Wilkins (2015) verificaram em seus estudos que embora a implementação da argumentação seja gradual, ao longo do tempo dessa implementação há um maior encorajamento por parte do docente na realização de perguntas investigativas (por exemplo, por que, explique como). À medida que se faz perguntas mais investigativas, é solicitada as descrições dos alunos, mas a maioria das explicações significativas ainda podem partir do professor. No entanto, quando se trabalha mais a promoção da autonomia, os alunos podem começar a fornecer descrições matemáticas mais completas e a responder às declarações uns dos outros, promovendo a argumentação através de explicações e justificativas.

Com isso, fica claro a principal ideia do que seria a argumentação, restando apenas falar acerca dos padrões discursivos que ocorrem em sala de aula. Quando falamos de argumentação, sabemos que pode existir uma argumentação escrita, principalmente quando solicitada e orientada pelo professor, porém sabemos que há discursos em sala de aula que ocorrem normalmente, que podem ou não se caracterizar em uma argumentação, caso seja mediada e possibilitada. Em uma sala de aula, quando o professor ministra um determinado conteúdo, a fala fica restrita muitas vezes ao professor e pouquíssimas vezes possibilitada ao aluno, porém mesmo assim há um padrão discursivo que ocorre nesses momentos.

Estudos como o de Chiaro e Leitão (2005) e Mortimer e Scott (2002) mostram os principais padrões e interações discursivas que ocorrem em sala de aula. Um dos padrões mais recorrentes é o I-R-A (Iniciação- Resposta- Avaliação do professor), em que o professor inicia o processo dialógico, pode fazer algum questionamento ao aluno, obter uma resposta simplista como “sim”

ou “não” e finalizar este turno com uma avaliação se o que foi respondido pelo aluno foi correto ou não.

Apesar disso, é interessante que para promover um ambiente argumentativo, o professor ultrapasse a tríade mencionada anteriormente e possa promover um padrão dialógico não triádico como destacam Mortimer e Scott (2016). Ademais, Mortimer e Scott (2002) também irão apresentar algumas abordagens comunicativas que poderão ser mais bem detalhadas no texto completo da dissertação, mas a título de informação, são elas: a abordagem interativo/dialógico, interativo/de autoridade, não-interativo/dialógico e não-interativo/de autoridade. Essas abordagens são descritas no trabalho de Mortimer e Scott (2002, p. 288) como visto a seguir e observadas no quadro 4:

**(a) Interativo/dialógico:** professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. **(b) Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. **(c) Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico. **(d) Não-interativo/ de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico.

**Quadro 4 - Abordagens comunicativas**

	Interativo	Não- Interativo
Dialógico	(a) Interativo/ Dialógico	(b) Não-Interativo/ Dialógico
De autoridade	(c) Interativo/ de autoridade	(d) Não-Interativo/ de autoridade

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação com base nos estudos de Mortimer e Scott (2022)

As ideias argumentativas e discursivas vão ao encontro com o que é discutido acerca da investigação matemática por Ponte et. al. (2015), Ponte (2003), Ponte e Quaresma (2012) e Ponte (2006). O trabalho investigativo durante as aulas de Matemática possibilita que os alunos construam ou fortaleçam a sua “compreensão de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas” (PONTE et. al. 2015, p. 114). Ao fazer uso da investigação Matemática o aluno é estimulado a levantar hipóteses, criar conjecturas, analisar padrões e generalizações que outrora não seria possível, como discutido por Ponte (2003). Tais ideias relacionam processos e aspectos argumentativos que já foram colocados como pertinentes neste Produto Educacional, fazendo com que a investigação nas aulas de Matemática seja

bastante relevante no que se refere à esfera argumentativa, seja ela escrita ou discursiva.

Levando em consideração os tópicos levantados anteriormente, apresentaremos a seguir o Produto Educacional elaborado com base nas teorias apresentadas, buscando promover o ensino e aprendizagem de Probabilidade através do processo argumentativo com atividades investigativas que poderão ser trabalhadas por meio de uma trilha de aprendizagem.

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA POR MEIO DA TRILHA DE  
APRENDIZAGEM**

## DESCRÍÇÃO DA SEQUÊNCIA E AS ATIVIDADES PROPOSTAS

### 3 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ATIVIDADES PROPOSTAS

A proposta das atividades e aulas descritas nesse tópico serão orientadas para uma execução de 4 encontros, com mais dois momentos para a aplicação do questionário a priori e a posteriori. Propomos como Produto Educacional uma trilha de aprendizagem para promover a investigação matemática. A trilha de aprendizagem elaborada é baseada em 5 estações, que representam os cinco momentos propostos para a aplicação do Produto Educacional. O último encontro foi dividido em estação 4 e estação 5, com atividades e jogos que foram realizados durante os encontros. Tais estações são orientadas por planos de aula específicos, informando os objetivos, atividades, conteúdos e jogos que deverão ser utilizados nos encontros previstos.

Pensando numa participação ativa dos estudantes neste processo, colocamos as 5 estações (atividades e jogos) da trilha num contexto relacionado a uma espécie de “ilha do tesouro”, onde o aluno deverá passar pelas 4 estações para se chegar no objetivo final que é encontrar o tesouro perdido. A trilha de aprendizagem foi intitulada como **“Probabililha”** e o aluno deve realizar todas as atividades das quatro estações, buscando chegar ao tesouro perdido no último encontro, utilizando os diversos conhecimentos probabilísticos e argumentativos que possuem e aqueles que serão desenvolvidos ao longo da trilha.

O material da trilha elaborada “Probabililha” será disponibilizado para o aluno com um layout específico para impressão com as atividades e jogos destinados para cada estação, sendo assim denominado de caderno do aluno. A organização do presente material está com as orientações para cada estação, visando alcançar o objetivo desta pesquisa de Mestrado, que é o de “analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de

probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico”.

A trilha de aprendizagem é flexível e o professor poderá adaptar, implementar e/ou reduzir alguma das atividades dependendo de sua necessidade em sala de aula. Lembrando que o foco de nossa pesquisa é o 5º ano do Ensino Fundamental, e por isso, buscamos desenvolver atividades que englobassem as ideias que deveriam ter sido vistas também nos anos anteriores ao 5º ano, com o intuito de analisar o conhecimento e aprendizagem dos estudantes acerca dos conteúdos propostos pela BNCC (BRASIL, 2018).

O Quadro 5 mostra de modo geral as etapas da aplicação do Produto Educacional (PE), considerando as estações da trilha de aprendizagem. Cabe dizer que ao final de cada estação, os alunos responderão a uma autoavaliação com o objetivo de averiguar se os conceitos de probabilidade foram construídos e assimilados pelos alunos. Vejamos o quadro com a descrição das estações da trilha de aprendizagem:

**Quadro 5 - Organização geral para a aplicação do PE**

Encontro	Estação	duração	Atividade	Objetivo Probabilístico	Objetivo argumentativo/comunicativo
Pré-aula 1	-	2h/ aula	Aplicação do questionário a priori+ sugestão de atividade para casa com o jogo das bebidas (The Vile Vendor)	Sondar os conhecimentos probabilísticos prévios	Analizar o que os estudantes entendem por argumentação e suas estruturas.
Aula 1	1	2h/ aula	Tampesca/ Quadraletórios/ Atividade sobre o jogo The Vile Vendor + atividades escritas+ autoavaliação	Noções de acaso e a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	Utilizar um padrão discursivo não-triádico e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin, podendo focar no mínimo nos dados, fundamentos e garantias, para um primeiro momento (aqui, a argumentação aristotélica pode prevalecer, por ser um momento inicial)
Aula 2	2	2h/ aula	Correndo ao acaso+ atividades escritas+ autoavaliação	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin, incluindo no mínimo os dados, garantias e fundamentos

Aula 3	3	3h/ aula	Quebra – cabeça/ Quadrinho com balões/ Apresentação cartolina + atividades escritas+ autoavaliação	Análise de chances de eventos aleatórios	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin (podendo não ter refutação, mas discutindo sobre)
Aula 4	4 e 5	2h/ aula	Probabilinha+ atividades escritas+ autoavaliação+ finalização da trilha de aprendizagem	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin (aqui a ideia é que toda a estrutura apareça nas atividades orais e/ ou escritas)
Pós- aula 4	-	1h/ aula	Aplicação do questionário a posteriori	Analisa os conhecimentos probabilísticos construídos após a aplicação	Analisa se a compreensão argumentativa foi inalterada/ alterada/criada e observar se a estrutura de Toulmin foi apresentada

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

O Quadro 6 informa alguns níveis argumentativos que podem servir de guia para o professor promover e identificar elementos de argumentação nas interações discursivas dos alunos e assim adaptamos três níveis argumentativos que pretendem ser alcançados ao longo do processo de argumentação:

**Quadro 6 - Modelo dos níveis argumentativos a serem classificados**

Grupo ou estudante			
NÍVEIS ARGUMENTATIVOS	3	2	1
<b>REINVINDICAÇÃO/ AFIRMAÇÃO</b> A reivindicação é o que deve ser mostrado como verdadeiro ou não verdadeiro.	A afirmação é correta e nitidamente declarada.	A afirmação é precisa, mas pode ser obscura ou confusa.	A afirmação não é precisa ou não incluído no argumento.
<b>EVIDÊNCIA</b> A “matemática”. Pode levar a	As evidências suportam a afirmação, é precisa	As evidências suportam a reivindicação, mas	A evidência não suporta a reivindicação, está

forma de equações, tabelas, gráficos, diagramas, palavras, símbolos, etc.	e completa.	pode estar incompleta ou algo impreciso.	incompleta e/ou imprecisa.
<b>GARANTIA</b> Explique como são as provas relevantes para a afirmação.	A garantia explica como as evidências suportam a alegação/afirmação. Isto refere-se a uma determinada regra que torna a evidência verdadeira.	A garantia explica como as evidências suportam a alegação/afirmação, mas pode estar incompleta ou nítida.	A garantia não suporta a evidência, ou não está lá.
<b>PRECISÃO</b> A linguagem utilizada deve ser precisa o suficiente para comunicar as ideias com nitidez suficiente.	O argumento é preciso. Vocabulário Matemático é usado e a linguagem comunica as ideias com nitidez.	O argumento é pouco preciso. Pouco do vocabulário matemático é usado. A linguagem usada comunica as ideias, mas pode não estar nítida ou confusa.	O argumento não é preciso. O vocabulário matemático não é usado, e a linguagem não é nítida (confusa).
<b>REFUTAÇÃO</b> Exceções que podem ser explicitadas para comprovar sua afirmação e garantia	A refutação é adequada, fazendo com que a afirmação e garantia permaneçam ideais.	A refutação é pouco adequada, fazendo com que a afirmação e garantia possam ser enfraquecidas.	A refutação não é adequada, fazendo com que a afirmação e garantia não permaneçam sendo ideal.
<b>EXPECTATIVA AO FIM DE TODO O PROCESSO</b>	Argumentação esperada	Argumentação pouco esperada	Argumentação não esperada
<b>COMPONENTES</b> Matemática válida e os argumentos têm uma reivindicação, evidência e garantia.	O argumento matemático tem todos os três componentes: alegação, evidência e garantia.	O argumento matemático tem dois componentes.	O argumento matemático tem um ou nenhum componente.

Fonte: Adaptado de Leitão (2007), Sasseron e Carvalho (2011), Toulmin (1958) pela Autora da Dissertação (2022)

Passemos às atividades da trilha de aprendizagem.

## A TRILHA DE APRENDIZAGEM



## A PRÉ-AULA

A **pré-aula** com duração de 2 horas/aula **consiste numa apresentação à trilha de aprendizagem**, sendo composta pelo questionário a priori e o jogo digital “The Vile Vendor” para que os alunos tenham um contato inicial com a probabilidade antes da aula 1, uma vez que os conteúdos de probabilidade não foram trabalhados nos anos anteriores, conforme apurou-se na escola em que a pesquisa foi realizada para a dissertação de Mestrado.



Fonte: Vecteezy

O **questionário a priori** é composto por duas partes: parte A com 9 questões para averiguar sobre a argumentação nas aulas de Matemática e a

parte B com 10 questões para verificar os conhecimentos sobre probabilidade. Vejamos o questionário a priori e as atividades da pré-aula a seguir.

**QUESTIONÁRIO A PRIORI****PARTE A – A ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA**

- 1- Nas aulas de Matemática, o professor dá oportunidade a você e seus colegas de explicarem o raciocínio quando estão respondendo alguma questão que ele perguntou?
- a) Sim, o professor dá oportunidade a nós alunos para explicarmos o nosso raciocínio, justificando e argumentando o porquê de chegarmos em determinada resolução.
  - b) Não, o professor pede apenas que falemos a resposta final.
- 2- Nas aulas de Matemática, o professor propõe momentos para que haja argumentação, ou seja, para que possam explicar pontos de vista acerca de conceitos, ideias matemáticas, estratégias de resolução de questões e problemas que são propostos?
- a) Sim, com frequência.
  - b) Sim, às vezes.
  - c) Raramente
  - d) Nunca
- 3- Nas aulas de Matemática, vocês têm oportunidade de falar, expressar suas ideias matemáticas?
- a) Sim, somente quando o professor está corrigindo as atividades.
  - b) Sim, em qualquer momento que tivermos dúvida.
  - c) Não, não temos a oportunidade de falar, apenas o professor.
- 4- Nas aulas de Matemática, você costuma escrever as suas respostas por meio de textos, explicando, justificando o porquê utilizou determinada estratégia de resolução?
- a) Sim, costumo escrever um pequeno texto explicando a resolução.
  - b) Não, só escrevo as operações matemáticas e os procedimentos que utilizei, mas não explico redigindo um texto.

5- Você já teve oportunidade de argumentar nas aulas de Matemática?

- a) Sim.
- b) Não.

6- Você acredita que é possível argumentar nas aulas de Matemática?

- a) Sim, é possível argumentar nas aulas de Matemática, expondo o raciocínio matemático e os pontos de vista, desde que tenhamos oportunidade de nos expressar seja oralmente ou por escrito.
- b) Não é possível argumentar nas aulas de Matemática, porque o professor não proporciona momentos para que possamos falar ou não aplica atividades com argumentação escrita ou porque não sabemos como argumentar porque não aprendemos.

7- Observe a tirinha e responda o que se pede:



- a. Você acredita que a Mafalda expôs algum argumento?
  - ( ) Sim, acredito que Mafalda expôs algum argumento.
  - ( ) Não acredito que Mafalda expôs algum argumento.
- b. Qual foi o argumento que Mafalda fez, de acordo com o último quadrinho?

Resposta:

--

8- Na tirinha abaixo, o menino conseguiu argumentar matematicamente de forma coerente para explicar como conseguirá vender os livros? Explique a sua resposta.



Explicação:

9- Para você o que significa argumentar nas aulas de Matemática?

Resposta:

**PARTE B – CONHECIMENTOS DE PROBABILIDADE**

1. De acordo com os seus conhecimentos, o que é Probabilidade?

- a) Algo que vai acontecer com certeza.
- b) A análise das chances de algo ocorrer.
- c) A análise de algo impossível de ocorrer.
- d) Não sei o que significa.

2. Cite dois exemplos que envolvem a Probabilidade no seu dia a dia.

Resposta:

3. Você acredita que no lançamento de uma moeda, as chances de se obter cara ou coroa são iguais?

- a) Sim, acredito que as chances de se obter cara ou coroa são iguais.
- b) Não acredito que as chances de se obter cara ou coroa são iguais.

4. Explique o motivo da sua resposta que você assinalou na questão anterior:

5. Na tirinha abaixo, você consegue enxergar algo relacionado ao conteúdo de Probabilidade? Explique sua resposta:



Explicação:

6. Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade do lado “cara” ficar voltado para cima?

- a)  $1/3$
- b)  $1/2$
- c)  $1/4$
- d) 0

7. Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?

- a)  $3/13$
- b)  $9/13$
- c)  $6/13$
- d)  $7/13$

Resolução:

8. Escolhendo aleatoriamente um dia da semana, qual a probabilidade de escolher uma segunda ou uma sexta-feira?

- a) 4/7
- b) 1/7
- c) 2/7
- d) 3/7

9. No lançamento de um dado de 6 faces, qual a chance da face superior cair no número 1?



10. Ao lançar um dado, qual a probabilidade de sair um número maior que 4?

Resolução matemática:

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias – redija um pequeno texto):

Após a aplicação do questionário, o professor irá propor que os alunos acessem um jogo digital como atividade para casa. Lembrando que o jogo também será executado em sala de aula, mesmo os estudantes tendo visto em suas residências. O jogo aqui proposto é o “The Vile Vendor” (*O vil vendedor*), basicamente é uma máquina de bebidas, em que o aluno terá que analisar as chances de se obter determinada bebida ou não. Nesse jogo, o aluno poderá trabalhar os conceitos sobre acontecimentos que podem ser classificados como: impossível, improvável, igual, provável e certo, que deveriam ter sido vistos ao longo dos anos anteriores, para que ao 5º ano conseguissem solucionar tais desafios com mais facilidade e convicção. O jogo pode ser acessado através do primeiro link apresentado no rodapé desta página deve ser disponibilizado para os estudantes.<sup>1</sup> Além disso, elaboramos um vídeo tutorial ensinando como o jogo pode ser utilizado e quais são suas principais características e objetivos.<sup>2</sup> O vídeo está disponível no YouTube no Canal do Grupo Matemática, Educação e Tecnologia (Matedtec) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

**Figura 4 - The Vile Vendor**



Fonte: Site Scootle (2022)

Os links também estão destacados abaixo para melhor visualização:

**Link do Jogo “The Vile Vendor”:**

<http://www.scootle.edu.au/ec/viewing/L118/index.html#>

**Link do Vídeo Tutorial do Jogo “The Vile Vendor”:**

<https://youtu.be/lphTN8mGmgl>

<sup>1</sup> The vile vendor: <http://www.scootle.edu.au/ec/viewing/L118/index.html#>

<sup>2</sup> Vídeo tutorial: <https://youtu.be/lphTN8mGmgl>

## AULA 1

A Aula 1 abrange a Estação 1 que se inicia com a “**Atividade 1 - Atividades de Ambientação à Argumentação 1**” com um conjunto de 16 questões extraídas e adaptadas de dois livros didáticos que visam resgatar conceitos sobre probabilidade aprendidos em anos anteriores – pontuamos que a turma na qual a pesquisa foi realizada não teve contato com conteúdos de probabilidade, portanto, seria a primeira vez e pudemos averiguar se conseguiram resolver utilizando seus recursos cognitivos, habilidades de leitura e interpretação e bases matemáticas. Considerando o que Fischbein (1969) coloca acerca da intuição sobre probabilidade, ou seja, dos sujeitos construírem noções intuitivas é que essas questões foram propostas. Abaixo o plano de aula referente a este encontro:

### PLANO DE AULA 1/ ESTAÇÃO 1

#### OBJETIVO GERAL

Analisar se a ideia do acaso e aleatório está presente nos conhecimentos prévios dos alunos e reforçá-los através das atividades propostas, para um melhor aprendizado do conteúdo de Probabilidade no 5º ano.

#### DURAÇÃO

2h/ aula

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar as principais características sobre o acaso e a ideia do aleatório em nosso dia a dia.
- Compreender o uso do tema tratado para ser capaz de argumentar e solucionar questionamentos que envolvam o acaso e aleatoriedade.
- Identificar elementos do conteúdo abordado através de representações ilustrativas.

#### OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Noções de acaso
- Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES (BNCC)

**7<sup>a</sup> competência geral:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**(EF01MA20):** Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

**(EF02MA21):** Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.

## METODOLOGIA

No início da aula será proposta a apresentação do conteúdo utilizando assuntos prévios e com perguntas que buscam ultrapassar a tríade (I-R-A) para que os alunos participem da formalização junto com o professor, resgatando ideias do jogo proposto para casa (*The Vile Vendor*) e entre outros. Depois serão propostas duas atividades em formato de jogo para que o aluno possa construir o conhecimento acerca do conteúdo, com motivações para continuidade dos conteúdos que virão. **Obs:** (Iremos trabalhar intencionalmente atividades probabilísticas e buscar introduzir o processo argumentativo que foi descrito ao longo desse documento com as ideias dos teóricos apresentados, em especial, as ideias de Toulmin).

## RECURSOS DIDÁTICOS

- Quadro branco;
- Pincel para quadro branco;
- Material didático;
- Material ilustrativo;
- Jogo *The Vile Vendor*
- Jogo “Tampesca”
- Jogo “Quadraleatórios”
- Atividade escrita envolvendo o jogo e a argumentação
- Autoavaliação

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

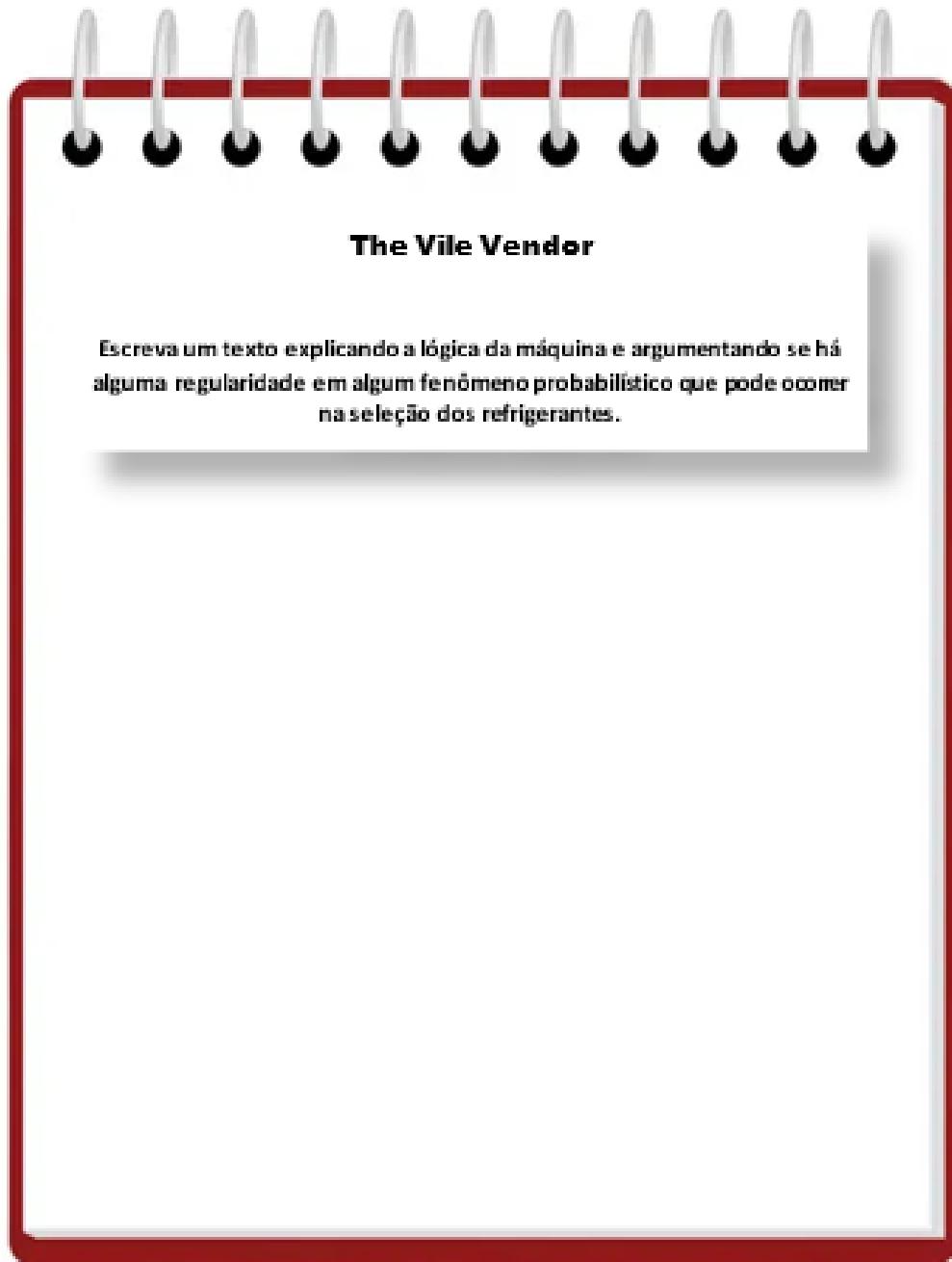
Como pode ser visto no quadro 7, sugerimos ações que o professor pode ter ao longo da aula, lembrando que as abordagens comunicativas e os padrões discursivos foram expostos nesse documento e podem ser revistos caso haja o esquecimento das siglas e indicações presentes no quadro:

**Quadro 7- Organização prevista para discussão do The Vile Vendor na Aula 1**

ATIVIDADE ENVIADA PARA CASA	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA (VER QUADRO 3)	PADRÃO DISCURSIVO
THE VILE VENDOR	Quais elementos sobre probabilidade vocês conseguiram observar ao longo do jogo?	Respostas com justificativas	(a)	I-R-A
	Vocês se surpreenderam com algum resultado no jogo? Podem dar exemplos?	Justificativa a partir de suas respostas	(a)	I-R-P-R-F
	De acordo com o que vocês analisaram, quando um acontecimento é certo e quando é impossível?	Justificativa e conclusão	(a) / (b)	I-R-P-R-A

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Após executar o jogo, cada grupo deverá explicar a lógica da máquina para que apareçam os acontecimentos que podem ser classificados como impossível, improvável, igual, provável e certo, argumentando por escrito numa folha impressa que será fornecida com o layout abaixo:

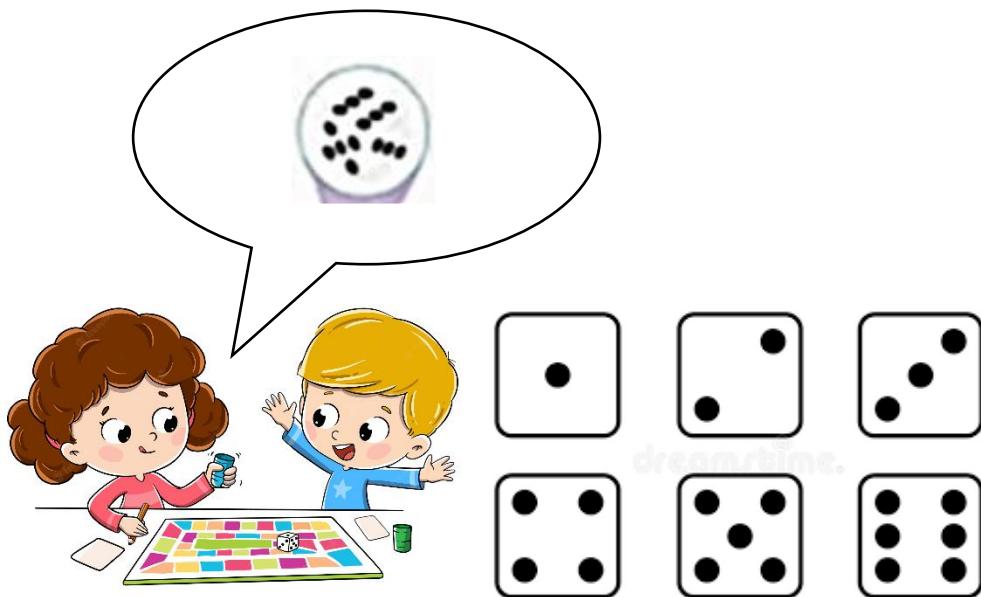


Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

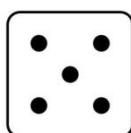
**Atividade 1- Atividades de Ambientação à Argumentação 1**

**ATIVIDADE 1: Classificando eventos que envolvem o acaso**

1. Os dados são muito usados em jogos de tabuleiro. Cada uma das 6 faces de um dado como mostrado a seguir tem pontinhos que representam números de 1 a 6. Observe o lançamento de dado que Ana fez:



Agora pinte os quadrinhos com as quantidades que ela pode andar.

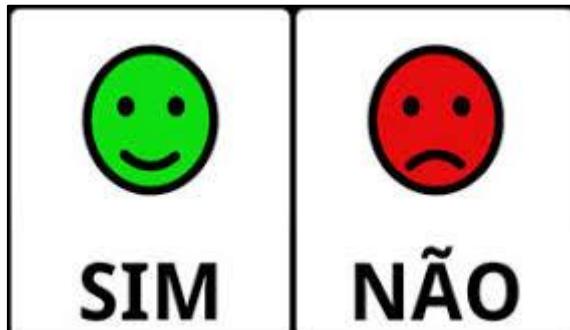


2. Lucas jogou o dado e a face ficou para cima. Então, Lucas deve andar.....casas do tabuleiro.

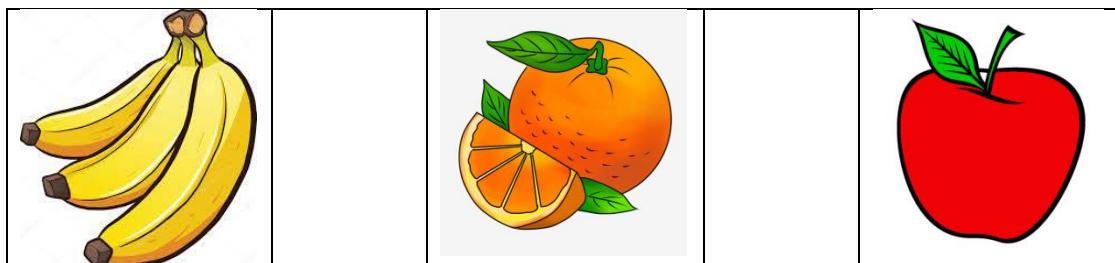
3. Dos números abaixo, circule aqueles que são impossíveis de sair quando jogamos um dado:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

4. Podemos dizer com certeza que Ana vai tirar 6 na próxima rodada?



5. Ana fez uma vitamina de frutas com maçãs e laranjas. Marque com um X as frutas que Ana com certeza colocou na vitamina de frutas:



6. Carla preparou três taças de sorvete: uma com sorvete de creme, uma com sorvete de chocolate e outra com sorvete de morango. A filha dela pegou uma das taças , ao acaso, sem ver o sabor do sorvete. Marque com um X a frase correta sobre o sorvete da taça que a filha de Carla pegou:

- ( ) O sabor com certeza é creme.
- ( ) Talvez o sabor seja creme.
- ( ) É impossível o sabor ser creme.



7. Daniel e Rui estão brincando com dois dados. Daniel tirou



. Rui tirou . Agora complete as sentenças:

- a. Rui tirou 3 e 6, que adicionados resultam em ..... pontos.
- b. Daniel tirou ..... pontos ao todo.
8. Na próxima jogada, Rui disse que vai fazer 13 pontos jogando os dois dados. Em relação a isso, podemos afirmar:
- É impossível acontecer.
  - Talvez aconteça.
9. Girando o ponteiro desta roleta, em qual cor há maior chance de o ponteiro parar? Por quê?

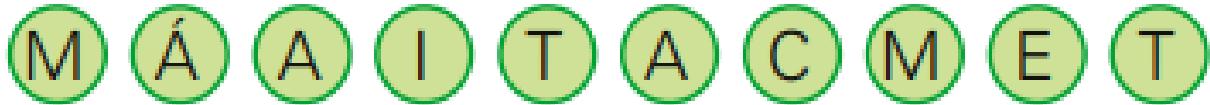


Resposta:

10. Em casos como o da atividade 9, é possível registrar a medida da chance, que é chamada probabilidade. A probabilidade do ponteiro parar no marrom é  $\frac{2}{6}$  (2 em 6).

- Qual é a probabilidade de o ponteiro parar no verde? \_\_\_\_\_
- Qual é a probabilidade de parar no vermelho? \_\_\_\_\_
- E qual é a probabilidade de não parar no vermelho? \_\_\_\_\_

11. As letras da palavra MATEMÁTICA foram escritas separadamente em 10 cartões. Um desses cartões será sorteado. Escreva a resposta em forma de fração como você fez na questão 10.



a) Qual é a probabilidade de sair a letra E? \_\_\_\_\_

$$\frac{2}{10}?$$

b) Para quais letras a probabilidade de sair é \_\_\_\_\_

c) Qual é a probabilidade de sair uma vogal? \_\_\_\_\_

d) A probabilidade de sair a letra M é maior ou menor do que a de sair a letra I? \_\_\_\_\_

e) Qual probabilidade é maior: a de sair uma consoante ou a de sair uma vogal? \_\_\_\_\_

12. Como já dissemos antes, a medida da chance, chamada probabilidade, muitas vezes pode ser indicada por uma fração. Se você retirasse, sem olhar, 1 bola do vidro abaixo, então a chance maior seria a de pegar uma bola vermelha ou uma bola azul? Por quê?

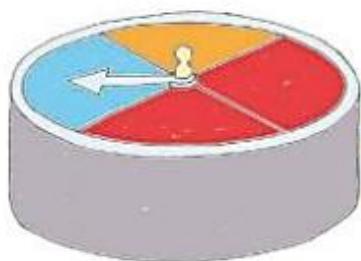


Resposta:

No vidro acima, como há um total de 5 bolas e 3 delas são vermelhas, a probabilidade de retirar, sem olhar, 1 bola vermelha é **3 em 5 ou  $\frac{3}{5}$** .

Indique com uma fração a probabilidade de retirar 1 bola azul: \_\_\_\_\_

13. A roleta abaixo tem 4 partes iguais, sendo 2 delas vermelhas. Responda utilizando fração.



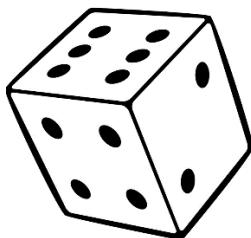
Girando bem forte a seta da roleta, qual é a probabilidade da roleta parar na cor:

- a) Vermelha: \_\_\_\_\_
- b) Laranja: \_\_\_\_\_
- c) Azul: \_\_\_\_\_
- d) Verde: \_\_\_\_\_
- e) Qual é a probabilidade de a seta NÃO parar no azul? \_\_\_\_\_

14. Um jogo muito conhecido é o “par ou ímpar”. Para jogar, é preciso 2 jogadores, que indicam com os dedos de 1 mão, ao mesmo tempo, números que serão somados. O vencedor é aquele que acertar, antecipadamente, se a soma será par ou ímpar. Nesse jogo, quem tem maior probabilidade de ganhar: quem escolheu par ou quem escolheu ímpar? Explique a sua resposta.

Reposta:

15. Os dados surgiram há muitos anos. Atualmente, o dado mais comum tem a forma de um cubo e tem, em cada face, um dos números: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.



- a) Qual é o espaço amostral desse evento? \_\_\_\_\_
- b) Qual é a probabilidade de obter o número 5 na face voltada para cima (escreva a resposta em forma de fração)? \_\_\_\_\_

16. Observe o saquinho com bolas idênticas, apenas de cores diferentes. Considere que será retirada 1 bola desse saquinho, sem olhar.



- a) Qual é a cor mais provável de ser sorteada? \_\_\_\_\_
- b) Qual é a cor menos provável de ser sorteada? \_\_\_\_\_
- c) Qual cor é impossível de ser sorteada? \_\_\_\_\_

**Fonte:** Adaptado Editora Moderna (2017) e Editora Ática (2019)

## TAMPESCA

O **Tampesca** é um jogo que pode ser aplicado desde o 1º ano do Ensino Fundamental e tem como inspiração uma atividade montessoriana que também desenvolve aspectos motores dos alunos. O jogo é composto por: um recipiente (de preferência transparente) para colocar água, tampinhas de garrafa PET coloridas, prendedores de roupa ou palitos de picolé e máscara para os olhos.

Como o nome do jogo sugere, o aluno será vendado e deverá, como auxílio de seu grupo ou duplo, pescar as tampinhas que estão boiando no recipiente. Qual é o intuito? Os alunos ao final da pescaria de tampinhas responderão questionamentos acerca das cores de tampinhas que foram pescadas e deverão analisar se há uma probabilidade maior ou menor de se pescar uma tampinha de determinada cor, mesmo que vendado. Dessa forma, se trabalham as ideias probabilísticas que envolvem o acaso e reflexões sobre ter maior ou menor chance de algum evento ocorrer. A seguir, vemos as fotos com os materiais utilizados no jogo e como se executa o jogo:

**Figura 5 – Materiais e exemplo prático**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

Como pode ser visto na figura acima, os materiais utilizados são de fácil acesso e de baixo custo e o professor pode inclusive pedir o auxílio dos alunos para a obtenção das tampinhas, ou seja, os alunos podem trazer as tampinhas

de garrafa PET e o vídeo tutorial sobre o uso do jogo está em nota de rodapé e evidenciado abaixo<sup>3</sup>.

No quadro 8 podem ser observadas as sugestões de questionamentos, níveis argumentativos, abordagem comunicativa e padrões discursivos esperados durante a realização do Tampesca:

**Quadro 8 – Organização prevista para discussão do Tampesca na Aula 1**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
TAMPESCA	Quais as cores de tampinhas que você pescou? Você acha que houve uma maior chance de ter pego essa cor?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)	I-R-A-P-R-F
	Qual a tampinha mais difícil de ser pescada, estando vendado(a)? E porquê?	Justificativa a partir de suas respostas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)/(b)	I-R-P-R-F
	Faça uma análise das tampinhas no recipiente e discuta sobre quais tampinhas tem mais chances de serem pegadas e por qual motivo. Ou você acha que todas têm a mesma chance de ser pescada?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a)/(b) /(c)	R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

O link do vídeo sobre o Jogo Tampesca está destacado abaixo para melhor visualização:

**Link do Vídeo do Jogo Tampesca:** <https://youtu.be/httVJ5YprVw>

---

<sup>3</sup> Vídeo tutorial do Tampesca: <https://youtu.be/httVJ5YprVw>

## QUADRALEATÓRIOS

O Jogo “Quadraleatórios” pode ser aplicado do 2º ano em diante, pois tem o objetivo de trabalhar os conteúdos referentes à análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano, além de fazer com que o aluno classifique resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”, como propõe a BNCC (BRASIL, 2018).

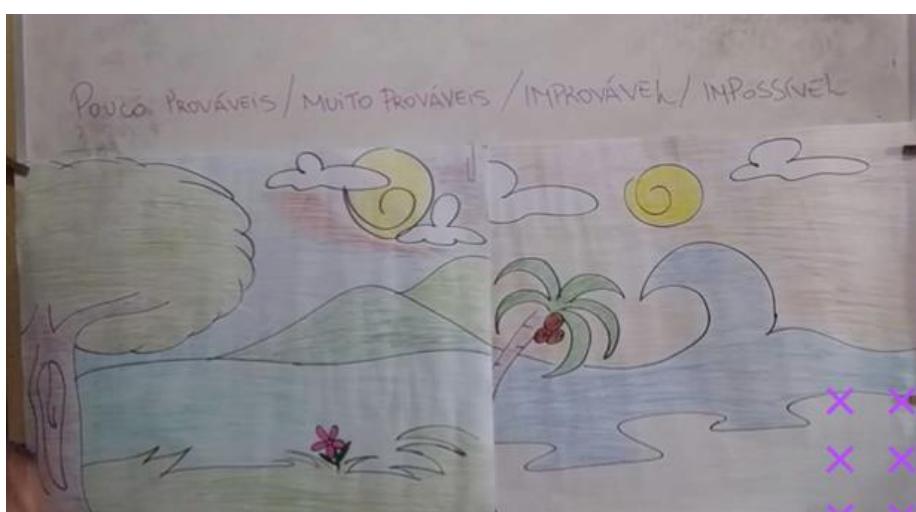
O link do vídeo tutorial do Jogo Quadraleatórios é este:

<https://youtu.be/A3myAsw3IJw>

O jogo possui dois quadros que foram criados com dois cenários (um cenário de floresta, outro cenário de uma praia) e esses cenários são os quadros que receberão elementos que se encaixam em: “**pouco prováveis**”, “**muito prováveis**”, “**improváveis**” e “**impossíveis**”. Estes elementos foram criados na plataforma do Canva e impressos em formato de adesivos.

A ideia é que os alunos analisem os elementos e classifiquem se tais elementos fazem parte de algum cenário exposto nos cartazes e como podem ser descritos. O professor deve instigar os alunos para que eles também trabalhem com criticidade, a fim de se obter uma boa argumentação por meio do diálogo e discussão com seus pares e o professor. Abaixo, na Figura 6, temos um dos cenários do jogo:

**Figura 6 - Cenários desenvolvidos**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

Os quadros foram feitos à mão, mas podem ser elaborados de modo digital e impresso com o cenário que o professor desejar. O exemplo dos quadros aqui expostos são sugestões que podem ser seguidas ou adaptadas. Ademais, para a criação deste jogo utilizamos: 02 papéis 40, lápis de cor, papel adesivo (para imprimir os elementos), arte com os elementos necessários, como se pode ver na figura 7:

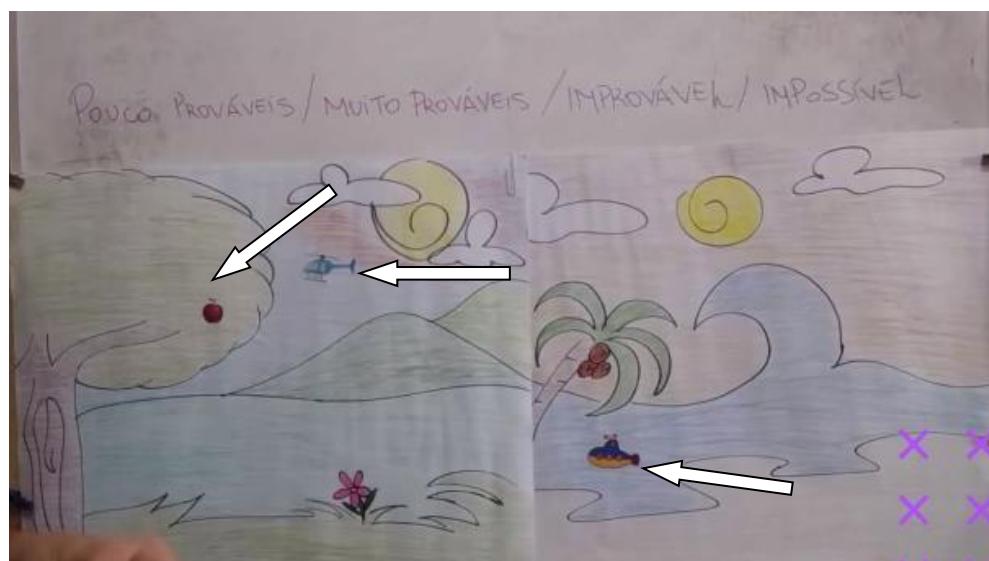
**Figura 7- Moldes dos elementos adesivos**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

Na figura 8, apresentamos alguns dos elementos já inseridos, após os questionamentos e mediação do professor:

**Figura 8 – Quadros com alguns dos elementos**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

As sugestões, dentre as muitas que podem ser feitas nessa atividade com o Quadraleatórios pode ser vista no quadro 9:

**Quadro 9 - Organização prevista para discussão dos “Quadraleatórios” na Aula 1**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUADRALEATÓRIOS	O elemento “x” pertence a algum dos cenários aqui? Porquê?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)	I-R-A-P-R-F
	Escolha dois elementos e cole nos quadros. “Por que você classificou esses elementos nessas categorias? Eles poderiam ficar nos dois cenários? Por qual motivo?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-P-R-F e I-R-A
	Dentre os adesivos, você consegue dizer se há algum elemento impossível de se encontrar nos cenários propostos? Por qual motivo?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	As ideias que você utilizou envolve a probabilidade? Os elementos que você classificou são com base em que conhecimentos? Você consegue observar alguma dessas	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	escolhas em seu cotidiano?			
--	----------------------------	--	--	--

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Obviamente a aula trará mais oportunidades para questionamentos e mediações que deverão ser feitas pelo professor e as sugestões aqui feitas servem para facilitar o caminho para se chegar ao objetivo final da atividade. Ao final da aula 1, para encerrar a **Estação 1**, o professor irá propor uma atividade para ser feita e entregue na aula posterior. A atividade irá trabalhar a argumentação dos alunos de modo escrito, como pode ser visto no quadro 10:

**Quadro 10 - Quadro proposto para o fim da Aula 1**

Nome:	Data: / /
<b>Argumento:</b> Peter Parker disse que as tampinhas vermelhas no <b>Tampesca</b> sempre terão mais chances de serem pegas, você concorda ou discorda de Peter?	
<b>Afirmção</b> (Concorda ou discorda)	
<b>Dados/Evidência/ Fundamentos</b> • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
<b>Garantia</b> Conecte a evidência/fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	
<b>Conclusão</b> Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Ao fim do **Encontro 1 que abrangeu a Estação 1**, o aluno deverá responder uma **autoavaliação** constituída por 12 questões como forma de refletir e analisar os pontos mais compreendidos e menos compreendidos ao longo da aplicação da pré-aula e da Estação 1, abrangendo o conceito de acaso que foi abordado, aspectos da argumentação presentes na atividade e jogos de tabuleiro (Tampesca e Quadraletórios) e o jogo digital “The Vile Vendor” abordado na pré-aula. A autoavaliação consta a seguir:

<b>Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Primeiro Encontro</b>		
<b>Nome:</b>	<b>Data:</b> / /	
<p>1) De acordo com a atividade desenvolvida hoje, você consegue classificar eventos envolvendo o acaso?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Sim, consigo classificar eventos envolvendo o acaso.</li> <li>Não consigo classificar eventos envolvendo o acaso.</li> </ol>		
<p>2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução das situações-problema propostas?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Sim, identifiquei corretamente em todas as atividades propostas.</li> <li>Identifiquei mais ou menos, em algumas atividades sim e em outras não.</li> <li>Não identifiquei corretamente, tive dificuldades.</li> </ol>		
<p>3) Compreendeu as ideias de acaso propostas nos jogos e atividades?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Sim, comprehendi as ideias de acaso propostas nos jogos e atividades.</li> <li>Não comprehendi as ideias de acaso propostas nos jogos e atividades.</li> </ol>		
<p>4) Explique como você pode classificar um evento aleatório:</p>        		

5) O que você entende por acaso?

6) Qual atividade (ou quais atividades) da lista da Atividade 1 do Encontro 1 você teve mais dificuldades de resolver? (Assinale mais de uma alternativa se julgar necessário):

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 5
- f. 6
- g. 7
- h. 8
- i. 9
- j. 10
- k. 11
- l. 12
- m. 13
- n. 14
- o. 15
- p. 16

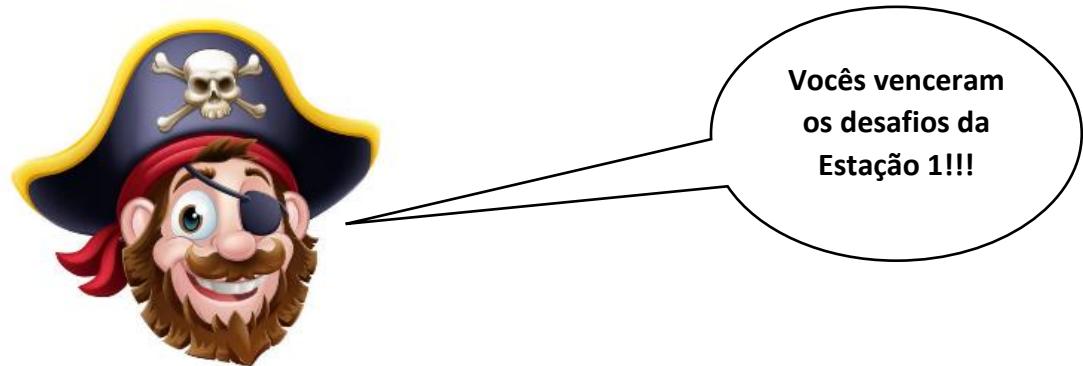
7) Você conseguiu compreender a representação da probabilidade por meio de fração?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos.

- 8) Na atividade 2 do Encontro 1 você teve mais dificuldade em qual parte?
- Afirmação
  - Dados/Evidências/Fundamentos
  - Garantia
  - Conclusão
- 9) No jogo “The Vile Vendor” você compreendeu a lógica da máquina de refrigerantes em relação às chances de selecionar determinado refrigerante?
- Sim, compreendi.
  - Compreendi mais ou menos.
  - Não compreendi.
- 10) Com base nas atividades que você desenvolveu no Encontro 1, escreva nas caixinhas onde estaria localizado o evento impossível, evento improvável/provável e evento certo.
- Possibilidade como uma medida numérica da possibilidade de ocorrência de um evento**
- Probabilidade

Possibilidade crescente de ocorrência

Evento
- 11) Sobre o jogo TAMPESCA, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?
- Sim, totalmente.
  - Não consegui.
  - Mais ou menos, tenho dúvidas ainda.
- 12) Sobre o jogo QUADRALEATÓRIOS, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?
- Sim, totalmente.
  - Não consegui.
  - Mais ou menos, tenho dúvidas ainda.



Vocês venceram  
os desafios da  
Estação 1!!!

## AULA 2

A **Aula 2** aborda a **Estação 2**, tem um tempo de 2 horas/aula para ser realizada e se inicia com o jogo intitulado “**Correndo ao Acaso**” (ver plano de aula 2). Uma atividade de investigação será aplicada antes do jogo a fim de que se verifique conhecimentos que se espera já terem sido assimilados sobre a probabilidade integrando com o processo argumentativo, em que se solicita aos alunos que resolvam a situação-problema e, em seguida, descrevam por escrito os aspectos constituintes da investigação matemática citados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Abaixo o plano de aula referente a esta Estação:

### PLANO DE AULA 2/ ESTAÇÃO 2

<b>OBJETIVO GERAL</b>	Apresentar a ideia do espaço amostral relacionando com os conteúdos abordados anteriormente, buscando a participação ativa dos alunos para a construção da ideia do que seria o espaço amostral e sua relação com o acaso.
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar as principais características sobre o que seria o espaço amostral.</li> <li>• Entender a aplicação do conceito em situações do cotidiano para ser capaz de argumentar e solucionar questionamentos que envolvam a ideia do acaso com o espaço amostral.</li> <li>• Compreender o conceito de espaço amostral como o conjunto de resultados possíveis de um evento aleatório.</li> </ul>
<b>OBJETOS DE CONHECIMENTO</b>	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.
<b>COMPETÊNCIAS E HABILIDADES (BNCC)</b>	<b>7ª competência geral:</b> Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si

mesmo, dos outros e do planeta.

**(EF03MA25):** Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.

## METODOLOGIA

No início da aula será proposta a apresentação do conteúdo utilizando temas prévios e com perguntas que buscam ultrapassar a tríade (I-R-A) para que os alunos participem da formalização junto com o professor. Depois uma atividade chamada “Correndo ao Acaso” será aplicada, analisando sempre que possível, o espaço amostral, bem como os outros tópicos desenvolvidos na aula anterior. **Obs:** (Iremos trabalhar intencionalmente atividades probabilísticas e buscar introduzir o processo argumentativo que foi descrito ao longo desse documento com as ideias dos teóricos apresentados, em especial, as ideias de Toulmin).

## RECURSOS DIDÁTICOS

- Quadro branco;
- Pincel para quadro branco;
- Material didático;
- Material ilustrativo e concreto;
- Jogo “Correndo ao Acaso”
- Atividade escrita que envolve a argumentação
- Autoavaliação

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

A situação-problema denominada de “**Atividades de ambientação à Argumentação 2**” envolve o lançamento de uma moeda e o conceito de espaço amostral:

**Atividade 2 (Em grupo) - Atividades de Ambientação à Argumentação 2**

1.O Pica-Pau e o Zeca Urubu estão brincando de lançar uma moeda ao ar. Pica-Pau desafiou o Zeca a lançar a moeda ao ar de modo que a face “CROA” ficasse voltada para cima. Se Zeca Urubu aceitar o desafio e lançar ao ar 1 moeda de R\$ 0,05, qual é a probabilidade de ela cair com a face



voltada para cima? Qual o espaço amostral desse evento?



**Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:**

**Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):**

**Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):**

**Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):**

**Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):**

Fonte: Adaptado Dante (2017)

## CORRENDO AO ACASO

Após concluída a atividade de investigação para a **ambientação à argumentação na Estação 2**, o jogo de tabuleiro “Correndo ao Acaso” deve ser aplicado. Com o jogo de tabuleiro “Correndo ao Acaso” o aluno deverá compreender a ideia de acaso em situações do cotidiano, além de identificar em eventos familiares aleatórios todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. Os materiais utilizados para a criação do jogo foram moldes<sup>4</sup> para o tabuleiro, dados de 4 faces e 6 faces, personagens (moldes) e tesoura e cola (para cortar e finalizar a construção dos personagens). Abaixo, estão os moldes dos tabuleiros e personagens:

**Figura 9 - Moldes dos tabuleiros e personagens**



Fonte: Acervo do Autora da Dissertação (2022)

<sup>4</sup> Os moldes de tabuleiro estão disponíveis no link abaixo: estes não foram desenvolvidos pela autora da dissertação:

Molde tabuleiro ilha: <https://www.alamy.com/cute-cartoon-maze-game-template-illustration-image418792912.html>

Molde tabuleiro fazenda: [https://br.freepik.com/vetores-gratis/jogo-de-tabuleiro\\_1546317.htm#query=tabuleiro&position=0&from\\_view=search](https://br.freepik.com/vetores-gratis/jogo-de-tabuleiro_1546317.htm#query=tabuleiro&position=0&from_view=search)

Personagens (moldes desenvolvidos pela autora da dissertação): foram feitos utilizando o Canva.

**Figura 10 –Tabuleiro impresso e personagens já construídos**



Fonte: Acervo do Autora da Dissertação (2022)

A seguir, no quadro 11, há a tabela com os pontos correspondentes aos personagens:

**Quadro 11 – Tabela de pontos dos personagens**

<b>CORRENDO AO ACASO</b>	
<b>GATO</b>	NO MÁXIMO 10 PONTOS
<b>TARTARUGA</b>	NO MÁXIMO 4 PONTOS
<b>COELHO</b>	NO MÁXIMO 6 PONTOS
<b>PREGUIÇA</b>	NO MÁXIMO 4 PONTOS
<b>PORQUINHO</b>	NO MÁXIMO 6 PONTOS

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

O jogo funciona da seguinte forma:

- 1- O estudante escolherá um personagem para avançar as casas no jogo.
- 2- Cada jogador deverá utilizar os dados disponíveis e seguir a regra apresentada no quadro acima.
- 3- Vence o jogador que primeiro chegar ao final da trilha no tabuleiro.

Em que momento a Probabilidade aparece nesse jogo? Na maioria dos momentos! Percebemos que o fato de saber qual personagem o aluno ficou, já introduz a ideia da aleatoriedade, pois querendo ou não ele vai analisar a

pontuação máxima que seu personagem pode avançar a cada rodada. O interessante desse jogo é que nem sempre o personagem que pode “correr mais” conseguirá ser o vencedor, pois o avanço de cada personagem depende da aleatoriedade presente nos dados. Além disso, é possível analisar o que mais teria chances de ocorrência ou não e trabalhar a ideia do espaço amostral durante o lançamento dos dados.

Diante disso, o professor irá solicitar que os alunos anotem suas jogadas até o fim do jogo, para assim iniciar as discussões e questionamentos pertinentes sobre o “correndo ao acaso”, estimulando o processo de argumentação. Seguem as sugestões em relação as ações do professor para essa atividade (Quadro 12):

**Quadro 12 - Organização prevista para discussão do jogo “Correndo ao Acaso” na Aula 2**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
CORRENDO AO ACASO	Com o seu personagem, as chances totais de se observar um número par no lançamento do dado (ou dados) é grande? Por qual motivo? Qual o número de chances totais?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Em quais dos personagens você apostaria que iria vencer a corrida? Por quê?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Você se surpreendeu com o vencedor da partida? O personagem era o mais rápido? Explique por que você acha que o personagem que venceu a	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	partida conseguiu a vitória			
	Qual a pontuação máxima que eu posso obter em um lançamento de um dado de 4 faces? E de 6 faces? Você achou o jogo justo? Por quê?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Ao fim da aula, o professor aplicará uma atividade - **Atividade 2 do Encontro 2** - para estimular o processo argumentativo de modo escrito, solicitando aos alunos a análise do argumento e descrição dos componentes, como se vê no quadro 13. Por fim, **encerrando o 2º Encontro**, é aplicada uma **autoavaliação** para verificar se os alunos compreenderam as ideias de acaso, espaço amostral e evento aleatório e sobre as dificuldades que tiveram em relação ao processo argumentativo e seus elementos. Vejamos:

**Quadro 13 - Quadro proposto para o fim da Aula 2**

Nome:	Data: / /
Argumento: Maria Fifi estava falando com seu amigo Pedro que no jogo “correndo ao acaso” o personagem que tem a maior probabilidade de vencer é a tartaruga.	
<b>Afirmiação</b> (Concorda ou discorda)	
<b>Evidência/ Fundamentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desenhe uma imagem.</li> <li>• Faça um modelo representativo.</li> <li>• Utilize ideias matemáticas.</li> </ul>	
<b>Garantia</b> Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação	
<b>Conclusão</b> Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

<b>Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Segundo Encontro</b>		
Nome:	Data: / /	
<p><b>1)</b> De acordo com as atividades desenvolvidas hoje, você consegue analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano?</p> <p>a. Sim, consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano.  b. Não consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano.</p>		
<p><b>2)</b> Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda?</p> <p>a. Sim  b. Não  c. Mais ou menos</p>		
<p><b>3)</b> Compreendeu as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade?</p> <p>a. Sim, compreendi as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade.  b. Não compreendi as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade.</p>		
<p><b>4)</b> Explique como você pode determinar o espaço amostral de um evento aleatório:</p>		
<p><b>5)</b> Defina o que é um evento aleatório:</p>		

- 6) Na atividade envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda, qual destas partes você teve mais dificuldade em responder:
- Resolução matemática
  - Hipóteses levantadas
  - Argumentação
  - Justificativa
  - Conclusão
- 7) Na atividade 2 que abordava um argumento sobre o jogo “Correndo ao acaso”, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:
- Afirmiação
  - Dados/Evidências/Fundamentos
  - Garantia
  - Conclusão

## AULA 3

Para a **Aula 3**, as atividades previstas envolvem um jogo de quebra-cabeça e uma atividade que envolve alguns quadrinhos. O foco destas atividades está em desenvolver o conhecimento acerca da análise de chances de eventos aleatórios e identificação, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações. Observe o plano de Aula 3:

### PLANO DE AULA 3/ ESTAÇÃO 3

#### OBJETIVO GERAL

Introduzir as noções acerca das análises de chances de eventos aleatórios através das interações discursivas, buscando conhecer as chances de ocorrência de eventos aleatórios que os alunos conseguem enxergar no contexto em que estão inseridos, relacionando este tópico com as ideias matemáticas e críticas pré-estabelecidas ao longo da aplicação deste Produto Educacional.

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconhecer o que é o espaço amostral, atrelando com a ideia das chances de determinados eventos ocorrerem ou não.
- Compreender a aplicação do conceito no cotidiano para ser capaz de argumentar e solucionar questionamentos que envolvam a ideia nítida sobre aqueles eventos que possuem maior chance de ocorrência, reconhecendo as características de resultados mais prováveis.
- Identificar o que é um evento aleatório.

#### OBJETOS DE CONHECIMENTO

Análise de chances de eventos aleatórios

#### COMPETÊNCIAS E HABILIDADES (BNCC)

**7ª competência geral:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**(EF04MA26):** Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.

---

### METODOLOGIA

No início da aula será proposta a apresentação do conteúdo utilizando temas prévios e com perguntas que buscam ultrapassar a tríade (I-R-A) para que os alunos participem da formalização junto com o professor. Depois uma atividade envolvendo um jogo de quebra-cabeça e quadrinhos será aplicada com o intuito de trabalhar a identificação entre eventos aleatórios e o reconhecimento das características dos resultados mais prováveis de se ocorrer em determinados contextos. **Obs:** (Iremos trabalhar intencionalmente atividades probabilísticas e buscar introduzir o processo argumentativo que foi descrito ao longo desse documento com as ideias dos teóricos apresentados, em especial, as ideias de Toulmin).

---

### RECURSOS DIDÁTICOS

- Quadro branco;
- Pincel para quadro branco;
- Material didático;
- Material concreto;
- Jogo “Quebra - cabeça + Quadrinho com balões”;
- Atividades e autoavaliação
- Atividade cartolina

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

A atividade que será aplicada antes da execução desses jogos é intitulada como “**Atividade (Individual) 1 do Encontro 3**”. Esta atividade tem como objetivo desenvolver a análise de chances para eventos aleatórios e trabalha a perspectiva **investigativa matemática**. Composta por uma situação-problema envolvendo *spinners*, solicita que os alunos dissertem sobre a resposta, detalhando os elementos que compõem a argumentação, como hipóteses, justificativa e conclusão. Vejamos a seguir:

**Atividade 3 (Encontro 3 - Atividade 1)- Atividades de Ambientação à Argumentação 3****Atividade: Análise de chances de eventos aleatórios**

Naruto foi em um parque e encontrou uma loja que premiava ursinhos de pelúcia para quem conseguisse parar o ponteiro na cor verde. Se Naruto parou nessa loja, e girou a roleta B, qual é a probabilidade de ele parar no verde? Você acredita que há uma roleta que possui mais chances de parar o ponteiro na cor verde?



Fonte: Adaptado de Dante (2017)

**Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:**

**Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):**

**Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):**

**Resolução matemática, hipóteses levantadas, argumentação, justificativa,**

**Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):**

**Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):**

## JOGO QUEBRA-CABEÇA

Ao início da aula o professor retomará os conceitos desenvolvidos na atividade da aula anterior e irá iniciar o conteúdo de probabilidade relembrando que ao saber todas as possibilidades de determinado experimento, estamos na verdade definindo o seu espaço amostral. Além disso, nesta aula é importante que o professor introduza a ideia da refutação (isso se ainda não tiver feito), para prosseguir com os tópicos previstos nos estudos de Toulmin. O jogo do quebra-cabeça tem o intuito de fazer com que os alunos respondam questionamentos com respostas legítimas para que assim possam obter uma peça (ou mais) do quebra-cabeça.

A cada resposta correta os estudantes adquirem uma peça (o número de peças que o estudante irá ganhar por resposta correta pode ser adaptado de acordo com o tempo que o professor possui em sala de aula e entre outros), e caso erre alguma resposta, não haverá punição, continuará com o número de peças que possui. O jogo se encerra quando o aluno/grupo, montar o quebra-cabeça por completo.

É recomendada que esta atividade seja executada em grupo para que os alunos dialoguem entre si e informem apenas um resultado para as perguntas (as perguntas devem ser relacionadas ao conteúdo destacado no plano de aula). Sugerimos 5 questionamentos, em que o primeiro questionamento vale uma peça e os quatro últimos questionamentos valem 2 peças cada. O link do vídeo tutorial do quebra-cabeça é este:

<https://youtu.be/R-KY4KoDeb0> :

**Figura 11 – Vídeo tutorial do quebra-cabeça**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

Para o planejamento desse jogo também utilizamos alguns materiais para elaborar os questionamentos, como baralho, tampinhas, moedas e dados. Os materiais utilizados para o jogo do quebra-cabeça foram molde para o quebra-cabeça (feito no Canva), tampinhas, moedas e dados. Abaixo, vemos na figura 12 o molde do quebra-cabeça:

**Figura 12 - Molde quebra-cabeça**



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

São inúmeros os questionamentos que podem ser feitos a partir desse material, aqui no quadro 13 fazemos a sugestão de 5 questionamentos que podem ser feitos para que os alunos obtenham as peças do quebra-cabeça ao longo da aplicação:

**Quadro 14 - Organização prevista para discussão do jogo do quebra-cabeça na Aula 3**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUEBRA-CABEÇA	No lançamento de uma moeda, existe alguma vantagem em um apostador que escolhe cara ou coroa? Por qual motivo? Qual a probabilidade de se obter uma cara no lançamento de uma moeda? <b>(vale 1 peça)</b>	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias, precisão nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Ao lançar um dado, qual a probabilidade de eu obter um número ímpar? Você apostaria 100 reais que acertaria um número ímpar no lançamento de um dado? <b>(vale 2 peças)</b>	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão e refutação nível 2	(a)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Analise as cartas do baralho e informe qual o espaço amostral = {naipes de ouros} <b>(vale 2 peças)</b>	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	Caso você tenha um recipiente com tampinhas (analisar a quantidade de tampinhas existentes), qual a probabilidade de se obter a cor preta? Caso você ganhasse um iphone se obtivesse aleatoriamente	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2	a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

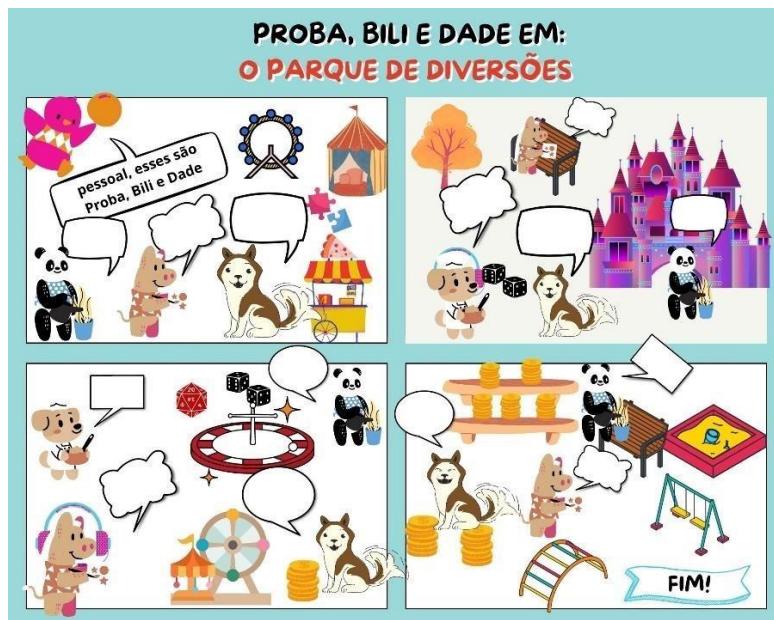
	<p>uma tampinha preta, acha que ganharia? Explique sua resposta (<b>vale 2 peças</b>)</p>			
	<p>A palavra Maceió foi escrita em um papel e recortou-se as letras separadamente. Caso o Peter Parker tente pegar uma dessas letras ao acaso, qual seria a probabilidade de se obter a letra M? Há alguma letra que possua mais chances de ser pega? (<b>vale 2 peças</b>)</p>	<p>Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2</p>	<p>(a)/ (b)/ (c)</p>	<p>I-R-P-R-A-P-R-F e I-R-A</p>

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

### ATIVIDADE QUADRINHOS COM BALÕES

Após a aplicação do quebra-cabeça, será proposta uma segunda atividade em sala de aula que envolverá uma espécie de história em quadrinhos. O mesmo grupo que jogou durante o quebra-cabeça será mantido para este momento. A atividade apresenta uma arte com quadrinhos e balões em branco para serem preenchidos pelos alunos com contextos probabilísticos. Para a elaboração desta atividade, será preciso da arte dos quadrinhos que pode ser feita com o Canva e lápis/caneta para escrever nos balõezinhos. Abaixo, na figura 13, vemos a arte dos quadrinhos:

**Figura 13 – Atividade dos quadrinhos**



Fonte: Acervo da Autora da Dissertação (2022)

O ideal nesse momento é que os alunos trabalhem em equipe e devem finalizar a historinha dos quadrinhos no tempo determinado pelo professor. Consideramos 10 a 15 minutos um tempo bom para preencher os quatro quadrinhos, principalmente porque os estudantes trabalharão em grupo, o que facilita o andamento da atividade. Seguem abaixo as sugestões para o andamento da aplicação no que se refere à ação do professor:

**Quadro 15 - Organização prevista para discussão do jogo dos quadrinhos na Aula 3**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUADRINHOS	A partir de qual quadrinho você conseguiu inserir algo probabilístico? Qual elemento você quis utilizar e porquê?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias, precisão nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Você teve dificuldades para fazer a atividade? Conseguiria me informar quais objetos presentes nos quadrinhos poderiam ser utilizados no contexto da probabilidade? Explica pra mim?	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão refutação nível 2	(a)/ (b)	I-R-F e I-R-P-R-F

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

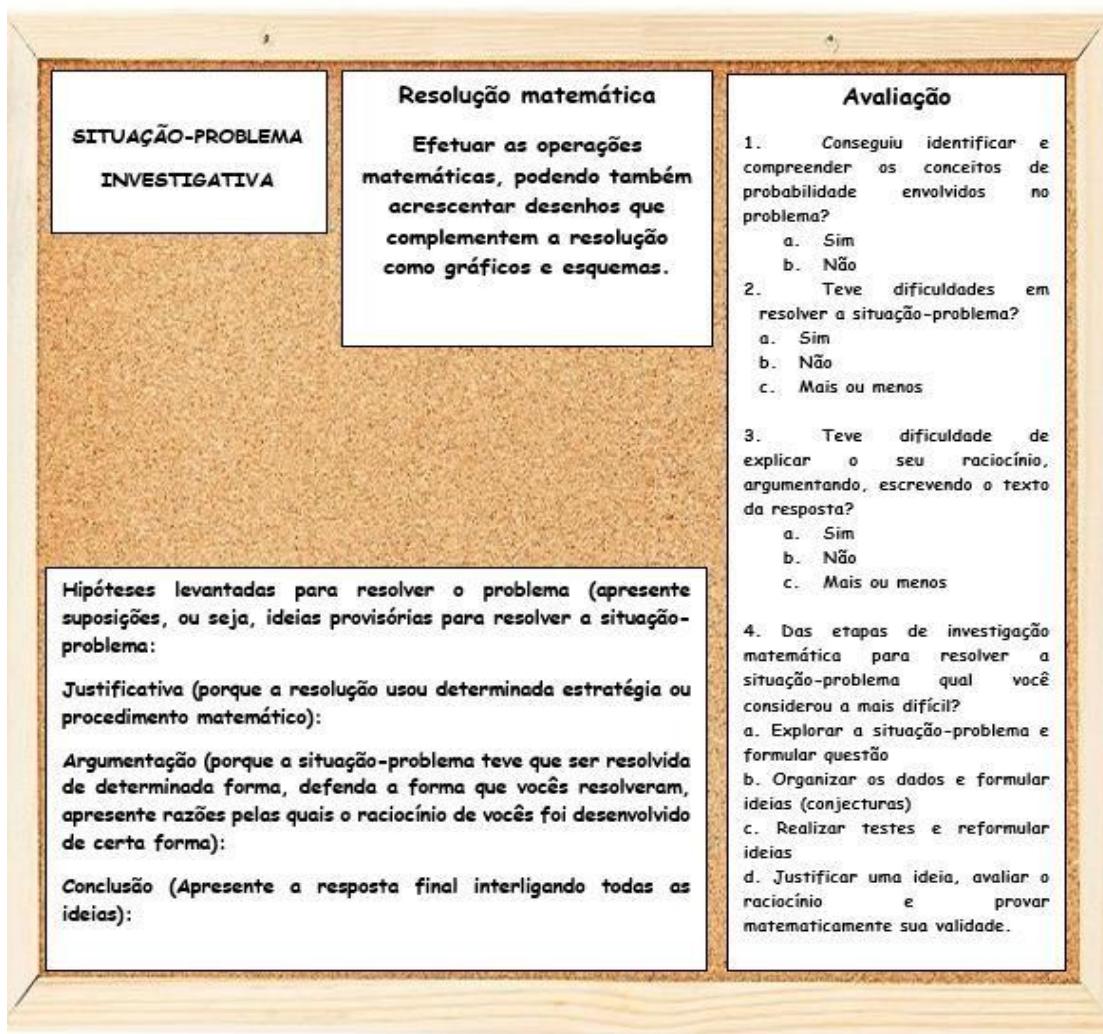
### ATIVIDADE DA CARTOLINA

Ao final da aplicação dessas atividades descritas acima, propomos uma atividade final com o uso de **cartolina** denominada de “**Mural da Argumentação – Fala Aí - Argumentação escrita e oral por meio de investigação matemática**”, com o intuito de identificar se o aluno conseguiu desenvolver elementos essenciais do processo argumentativo. A atividade propõe a formação de grupos com 3 a 4 alunos e apresenta uma **situação-problema investigativa** relacionada ao conteúdo para eles buscarem expor suas resoluções e identificar aspectos como hipóteses levantadas, justificativa, argumentação e conclusão.

Após preencher a cartolina, os grupos devem responder 4 questões para avaliar se compreenderam os conceitos de probabilidade envolvidos na situação-problema, se tiveram dificuldade em resolvê-la, se tiveram dificuldade

em redigir o texto argumentando a resposta e em qual etapa da investigação matemática tiveram mais dificuldade. Cada grupo recebe uma situação-problema diferente e irá preencher a cartolina, como podemos ver o modelo na Figura 14:

**Figura 14 - Atividade da Cartolina**



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Com esta atividade, esperamos que os alunos consigam compreender os conceitos de probabilidade, preencham os dados corretamente e relacionem a situação-problema proposta com a argumentação escrita. É importante que após a atividade o professor faça uma exposição das cartolinhas para os alunos observarem suas construções e valorizarem seu processo de aprendizagem. Também o professor deverá sistematizar os conhecimentos construídos através das discussões, para que os alunos possam relembrar o que estão aprendendo, como meio de revisar e fixar o conteúdo.

A autoavaliação do terceiro encontro é composta por 12 questões que visam avaliar se os alunos aprenderam o conceito de eventos aleatórios e de chances de ocorrência, bem como avaliar aspectos relacionados à investigação matemática e à argumentação.

<b>Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Terceiro Encontro</b>		
Nome:	Data: / /	
1) De acordo com a atividade desenvolvida hoje, você consegue analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios?	a. Sim, acredito que consigo analisar as chances de eventos aleatórios. b. Não acredito que consigo analisar as chances de eventos aleatórios.	
2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Naruto?	a. Sim b. Não c. Mais ou menos	
3) Compreendeu as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades?	a. Sim, compreendi as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades. b. Não compreendi as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades.	
4) Explique como você pode determinar as chances para que um evento aleatório ocorra:		
5) Na atividade envolvendo o Naruto, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:	a. Resolução matemática b. Hipóteses levantadas c. Argumentação	

<p>d. Justificativa e. Conclusão</p>
<p>6) Na atividade do Mural, qual das partes você teve mais dificuldade?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Resolução matemática</li> <li>b. Hipóteses</li> <li>c. Argumentação</li> <li>d. Justificativa</li> <li>e. Conclusão</li> </ul> <p>7) Na atividade do Mural, você conseguiu compreender o raciocínio apresentado pelos demais grupos para a resolução da situação-problema?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sim totalmente, todos os demais grupos argumentaram claramente, apresentando objetivamente o raciocínio utilizado na resolução e consegui compreender.</li> <li>b. Sim parcialmente, alguns grupos conseguiram argumentar claramente e apresentaram de modo objetivo o raciocínio utilizado na resolução e conseguir compreender, mas houve grupos que não consegui compreender a explicação do raciocínio aplicado para resolução.</li> <li>c. Não consegui, pois os grupos não conseguiram explicar claramente o raciocínio que utilizaram na situação-problema.</li> </ul> <p>8) Você conseguiu desenvolver a investigação matemática para resolver a situação-problema proposta na atividade do Mural?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sim e segui todas as etapas sem dificuldades: Explorar a situação-problema e formular questão; Organizar os dados e formular ideias (conjecturas); Realizar testes e reformular ideias; Justificar uma ideia, avaliar o raciocínio e provar matematicamente sua validade.</li> <li>b. Sim e segui todas as etapas, mas em algumas etapas tive dificuldades.</li> <li>c. Sim, mas não segui todas as etapas e resolvi sem dificuldades.</li> <li>d. Sim, mas não segui todas as etapas e em algumas tive dificuldades.</li> <li>e. Não consegui, tive muitas dificuldades.</li> </ul>

<p>9) Você conseguiu desenvolver a atividade com o quebra-cabeça?</p> <p>a. Sim b. Não</p>
<p>10) Sobre a atividade com a História em Quadrinhos, você e seu grupo conseguiram elaborar a estória usando conceitos de probabilidade?</p> <p>a. Sim, com facilidade. b. Sim, com certa dificuldade. c. Não conseguimos, tivemos muitas dificuldades de relembrar os conceitos e desenvolver uma estória coerente.</p>
<p>11) Qual tipo de argumentação você considera mais fácil?</p> <p>a. Argumentação oral, porque consigo me expressar oralmente sem dificuldade para expor meu raciocínio. b. Argumentação escrita, porque consigo redigir um texto claro e objetivo expondo meu raciocínio. c. Os dois tipos de argumentação são fáceis, consigo me expressar nas duas modalidades, sem dificuldades. d. Os dois tipos de argumentação são difíceis, tenho dificuldades de me expressar oralmente e por meio de escrita.</p>
<p>12) Até esse momento, na Estação 3, como você avalia o seu nível de argumentação nas atividades escritas e orais:</p> <p>a. Excelente, consigo articular plenamente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão. b. Ótimo, consigo articular satisfatoriamente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão. c. Bom, consigo articular razoavelmente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão. d. Regular, articulo com dificuldade as ideias envolvendo hipóteses, justificativa e conclusão. e. Ruim, não consigo articular as ideias, portanto, não consigo argumentar.</p>

## AULA 4

O **quarto encontro** envolve o desenvolvimento de duas estações: a **Estação 4** e a **Estação 5** e o tempo utilizado para a sua realização foi 2 horas/aula. Esse encontro inicia-se com a Estação 4 que envolve a aplicação do jogo chamado “Probabilinha” e a fase final da trilha de aprendizagem “Probabilinha” que integra a Estação 5 que será melhor explicada posteriormente.

### PLANO DE AULA 4/ ESTAÇÕES 4 E 5

#### OBJETIVO GERAL

Reunir os conhecimentos probabilísticos construídos envolvendo espaço amostral na análise de chances de eventos aleatórios para introduzir o tópico acerca do cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconhecer com segurança o que é um evento equiprovável.
- Compreender o que se obtém ao calcular a probabilidade de eventos equiprováveis (no sentido de compreender aquilo que está sendo executado).
- Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, averiguando se os resultados possuem iguais chances de acontecerem.

#### OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.
- Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.

#### COMPETÊNCIAS E HABILIDADES (BNCC)

**7ª competência geral:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**(EF05MA22):** Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando

se esses resultados são igualmente prováveis ou não (**EF05MA23**): Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

---

## METODOLOGIA

No início da aula será proposta a apresentação do conteúdo utilizando temas prévios e com perguntas que buscam ultrapassar a tríade (I-R-A) para que os alunos participem da formalização junto com o professor. Depois uma atividade envolvendo o jogo “Probabilinha” e o livreto animado será aplicada com o intuito de trabalhar e fixar os tópicos sobre cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis e espaço amostral. **Obs:** (Iremos trabalhar intencionalmente atividades probabilísticas e buscar introduzir o processo argumentativo que foi descrito ao longo desse documento com as ideias dos teóricos apresentados, em especial, as ideias de Toulmin).

---

## RECURSOS DIDÁTICOS

- Quadro branco;
- Pincel para quadro branco;
- Material concreto;
- Jogo “Probabilinha”;
- Atividade escrita envolvendo o jogo e a argumentação
- Decisão final da trilha de aprendizagem
- Autoavaliação

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

A **Estação 4** começa com uma **atividade de ambientação à argumentação**, retomando os conceitos de espaço amostral, análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis, por meio de uma situação-problema investigativa, que solicita que o aluno argumente em sua resposta preenchendo os campos da atividade relacionados à resolução matemática, hipóteses, justificativa, conclusão, enfatizando o ponto da argumentação acerca de convencer de que a sua resposta está correta. Vejamos:

**Atividade 1 (Grupo) da Estação 4- Atividades de Ambientação à Argumentação 4**

**Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis**

Agostinho Carrara estava trabalhando de Uber e resolveu fazer um sorteio de um brinde com os clientes de algum mês do ano de 2021. Para definir os clientes que seriam presenteados com o brinde, ele resolveu sortear 1 dos 12 meses do ano.

- Qual a Probabilidade de sair um mês que começa com a letra J?
- As chances de se sortear um mês com a letra inicial J são iguais as chances de se sortear um mês com a letra inicial S?

<b>1</b> <b>JANEIRO</b>	<b>2</b> <b>FEVEREIRO</b>	<b>3</b> <b>MARÇO</b>
<b>4</b> <b>ABRIL</b>	<b>5</b> <b>MAIO</b>	<b>6</b> <b>JUNHO</b>
<b>7</b> <b>JULHO</b>	<b>8</b> <b>AGOSTO</b>	<b>9</b> <b>SETEMBRO</b>
<b>10</b> <b>OUTUBRO</b>	<b>11</b> <b>NOVEMBRO</b>	<b>12</b> <b>DEZEMBRO</b>



**Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:**

**Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):**

**Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):**

**Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):**

**Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias – redija um pequeno texto):**

## PROBABILINHA

A “Probabilinha” é um jogo que apresenta a ideia de uma amarelinha envolvendo probabilidade em suas perguntas. Foi elaborado um vídeo explicativo do jogo cujo link de acesso é este: <https://youtu.be/F70LrShQEGY>

O jogo funciona da seguinte forma: 1- O estudante irá ser questionado e deverá responder à pergunta que foi feita, caso a resposta esteja correta, ele avança 2 casas; 2- Caso a resposta esteja incorreta, ele volta uma casa; 3- O estudante finaliza o jogo quando chega ao “céudado”.

Uma das vantagens de se utilizar a Probabilinha é que é um jogo dinâmico, pois pode ser executado de modo virtual (via plataformas *online*), de modo presencial, com o molde que pode ser impresso ou até mesmo construindo uma amarelinha com E.V.A para que os alunos joguem de modo literal uma amarelinha para se alcançar o “céudado”. A seguir, na Figura 15, apresentamos o molde da Probabilinha:

**Figura 15 - Molde Probabilinha**



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Assim, como esses jogos que apresentamos na trilha, o professor pode utilizar diversos recursos didáticos concretos como sugere Batanero (2010) que possibilitem questionamentos pertinentes acerca da Probabilidade. Os materiais utilizados no jogo Probabilinha são estes: molde para impressão da

amarelinha, tampinha de plástico (para marcar as casas da amarelinha), moedas, dados e cubo mágico.

Sugerimos alguns questionamentos que podem ser feitos ao longo da aplicação do jogo, além de apontarmos quais níveis argumentativos são esperados nessa fase:

**Quadro 16 - Organização prevista para discussão da “Probabilinha” na Aula 4**

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
PROBABILINHA	Quantas perguntas você precisaria acertar consecutivamente, partindo do início para chegar ao céudado? Se você possui um dado de 4 faces, qual a probabilidade de em um lançamento se obter o número 5?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos, garantias e precisão nível 3	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Se o cubo mágico está com todos os lados montados. Qual a Probabilidade de se lançar o cubo mágico e obter a face da cor azul? Você consegue me informar o resultado em forma de porcentagem? Os eventos desse experimento são equiprováveis? Consegue me explicar o porquê?	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão e refutação nível 3	(a)/ (b)/ (c)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Se eu lançar duas moedas ao mesmo tempo, as chances de obter uma cara aumenta ou diminui em relação ao lançamento de uma única moeda? Porque? Existe alguma possibilidade de no lançamento de	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	uma moeda eu saber o resultado (com toda certeza)?			
	<p>Em um bingo escolar, você está quase ganhando o prêmio. Mas falta um número de sua cartela ser sorteado.</p> <p>Sabendo que a urna ainda possui 10 números, qual a probabilidade de se obter o número que falta na sua cartela?</p> <p>Caso o bingo possua 100 bolas inicialmente, podemos dizer que as chances de se sortear um número dentre elas possuem a mesma chance?</p>	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	<p>Os participantes do Probabilinha são tampinhas plásticas coloridas. Imagine que você tem um recipiente com 15 tampinhas, sendo 5 azuis, 7 vermelhas e 3 verdes. Qual das tampinhas possuem maior chance de serem pegas ao acaso?</p> <p>E qual possui menos chance? Há uma chance igual para cada tampinha?</p>	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-A e I-R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Ao final do jogo, deve ser aplicada a atividade descrita no quadro 17, que visa averiguar se o conceito de espaço amostral foi assimilado e verificar se aspectos que compõem o processo argumentativo foram manifestados:

**Quadro 17- Quadro proposto para o fim da Aula 4**

Nome:	Data: / /
<b>Argumento:</b> A capitã Marvel está jogando Probabilinha e afirmou que no lançamento de um dado comum, o espaço amostral é igual a seis. Sobre essa afirmação, você:	
<b>Afirmiação</b>  (Concorda ou discorda)	
<b>Dados/Evidência/ Fundamentos</b>  • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
<b>Garantia</b>  Conekte a evidência/fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	
<b>Conclusão</b>  Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Após as atividades realizadas, deverá ser aplicada uma **autoavaliação** sobre a **Estação 4** que contém 7 questões, para avaliar se os alunos compreenderam os conceitos de espaço amostral, chances de ocorrência de eventos, eventos equiprováveis, sobre aspectos do processo argumentativo e sobre o jogo Probabilinha:

<b>Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Quarto Encontro</b>		
Nome:	Data: / /	
<p><b>1)</b> De acordo com a atividade desenvolvida hoje, você conseguiu compreender o conceito de espaço amostral e analisar as chances de ocorrência de eventos aleatórios?</p> <p>a. Sim, consegui compreender o conceito de espaço amostral e analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios.</p> <p>b. Não consegui compreender o conceito de espaço amostral e nem como analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios.</p>		
<p><b>2)</b> Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber?</p> <p>a. Sim</p> <p>b. Não</p>		
<p><b>3)</b> Você conseguiu compreender o que são eventos equiprováveis?</p> <p>a. Sim, comprehendo o significado de eventos equiprováveis.</p> <p>b. Compreendo mais ou menos o significado de eventos equiprováveis.</p> <p>c. Não comprehendo o significado de eventos equiprováveis.</p>		
<p><b>4)</b> Você conseguiu redigir a argumentação na atividade envolvendo a situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber?</p> <p>a. Sim, sem dificuldades.</p> <p>b. Sim, com certa dificuldade.</p> <p>c. Não consegui.</p>		
<p><b>5)</b> Na atividade da situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber, qual das partes você teve mais dificuldade?</p> <p>a. Resolução matemática</p> <p>b. Hipóteses</p> <p>c. Argumentação</p> <p>d. Justificativa</p> <p>e. Conclusão</p>		

- |   |
|---|
| <p>6) Sobre o jogo “Probabilinha”, você conseguiu executá-lo e relacionar claramente com os conceitos desenvolvidos ao longo das estações pelas quais você passou?</p> <p>a. Sim.</p> <p>b. Não</p> <p>c. Mais ou menos</p>     |
| <p>7) Sobre a atividade de argumento envolvendo a capitã Marvel, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:</p> <p>a. Afirmação</p> <p>b. Dados/Evidências/Fundamentos</p> <p>c. Garantia</p> <p>d. Conclusão</p> |

Após a realização das atividades da Estação 4, os alunos são direcionados às atividades da **Estação 5** que encerram a trilha de aprendizagem.

Nesta quinta estação, os alunos serão colocados num contexto de tomada de decisão na tentativa de conseguir a liberdade da ilha e o tesouro perdido. De modo geral, os alunos encontrarão o tesouro respondendo à questão abaixo que envolve a chance de sair determinada cor de chave, justificando a resposta, como vemos na figura 16:

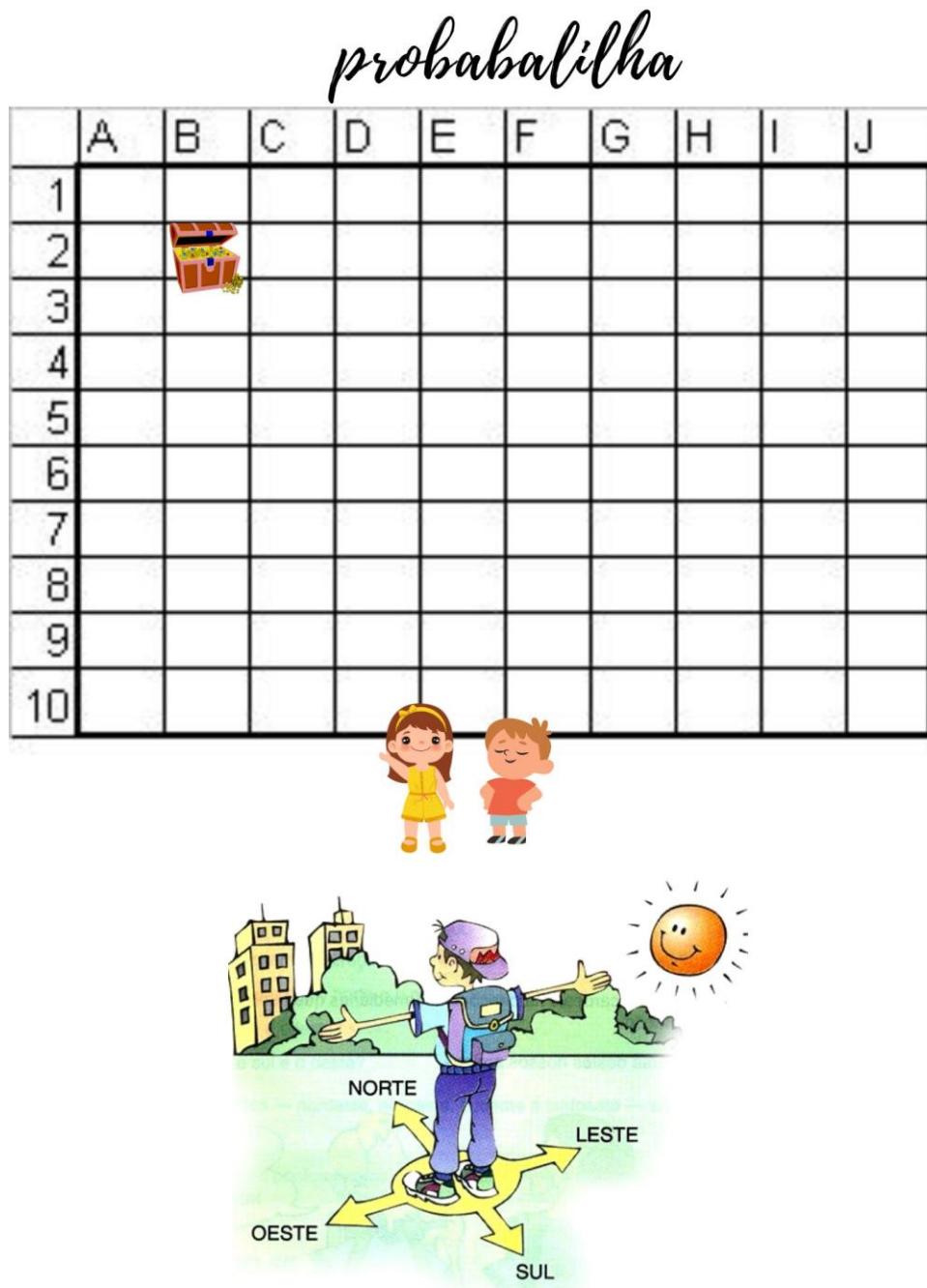
Figura 16 – Desafio do Mapa do tesouro



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Em seguida, é anunciado que os alunos chegaram à **última estação da Probabililha**, que estão nas proximidades do baú e precisam informar qual é a localização adequada para que cheguem no ponto em que o tesouro está enterrado. Para tanto, devem olhar no mapa e responder: Qual é a localização que o baú está? **A localização é \_\_\_\_\_.**

Figura 17 – Mapa do tesouro



Fonte: Elaborado pela Autora da Dissertação (2022)

Ao responder ao questionamento o grupo irá encontrar o baú com o tesouro perdido, porém ele estará trancado com um cadeado que só se abrirá com a tomada de decisão do grupo que deverá escolher dois botões para apertar: um azul e um vermelho. Um botão abre o tesouro e o outro faz com que haja uma explosão que destrói todas as riquezas desse baú. Qual botão o seu grupo irá escolher? Qual a probabilidade de se ter as riquezas?

A partir disto, o professor coloca em um envelope a resposta que seria a “correta”. O grupo que ganhar as “riquezas” irá também ganhar a liberdade da ilha. O grupo que ficar sem riquezas também ganhará um brinde de participação nas 5 estações, porém terão que passar mais um tempo na ilha como consequência do acaso (decisão errada).

Diante disso, a trilha de aprendizagem é finalizada com uma **autoavaliação** composta por 9 questões com a finalidade de verificar se os alunos ao longo da trilha conseguiram compreender conceitos básicos de probabilidade como acaso, eventos aleatórios, eventos equiprováveis e espaço amostral, bem como o significado de probabilidade e sua generalização como a divisão do número de eventos pelo número de resultados possíveis, além avaliar o processo argumentativo e a experiência de ter realizado a trilha de aprendizagem.

<b>Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Quinto Encontro</b>		
Nome:	Data: / /	
<p><b>1)</b> De acordo com as atividades desenvolvidas ao longo das estações, você conseguiu compreender conceitos básicos de probabilidade como acaso, eventos aleatórios, eventos equiprováveis e espaço amostral?</p> <p>a. Sim, consegui compreender totalmente esses conceitos.</p> <p>b. Sim, consegui compreender parcialmente esses conceitos e ainda tenho algumas dúvidas.</p> <p>c. Não consegui compreender esses conceitos.</p>		
<p><b>2)</b> Você identificou corretamente as ideias sobre probabilidade a serem aplicadas na resolução da situação-problema proposta na Estação 5</p>		

<p>sobre as chaves roxa e verde?</p> <p>a. Sim b. Não</p>
<p>3) Você conseguiu compreender o que é a tomada de decisão?</p> <p>a. Sim e sei que envolve escolha e riscos. b. Sim e relaciono com escolhas, mas não penso em riscos. c. Não consegui compreender o que é a tomada de decisão.</p>
<p>4) Agora que chegamos ao final das estações, você conseguiu compreender completamente o significado de probabilidade?</p> <p>( ) Sim, comprehendo o significado de probabilidade. ( ) Não comprehendo o significado de probabilidade.</p>
<p>5) Você conseguiu generalizar o conceito de probabilidade como a divisão do número de eventos pelo número de resultados possíveis?</p> <p>a. Sim, consegui perceber que o cálculo da probabilidade é feita por essa divisão e daí consegui generalizar o conceito. b. Não consegui compreender o conceito, portanto, não generalizei a ideia de como calcular a probabilidade.</p>
<p>6) Com o final do percurso pela Ilha e passando pelas estações, você conseguiu melhorar a sua argumentação matemática?</p> <p>a. Sim, melhorei muito, tanto na escrita quanto oralmente. b. Sim, melhorei pouco, tanto na escrita quanto oralmente. c. Não consegui melhorar, pois tenho dificuldades em escrever e expressar oralmente minhas ideias.</p>
<p>7) Sobre seu nível de argumentação matemática, após a realização das atividades nas estações, você considera que esteja:</p> <p>a. Excelente b. Ótimo c. Bom d. Regular e. Ruim</p>

- |   |
|---|
| <p>8) Em qual estação você teve mais dificuldades em realizar as atividades propostas?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a. Estação 1</li><li>b. Estação 2</li><li>c. Estação 3</li><li>d. Estação 4</li><li>e. Estação 5</li></ul>   |
| <p>9) Os jogos auxiliaram você na compreensão dos conceitos de probabilidade?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a. Sim, porque aprendi de uma forma mais atrativa.</li><li>b. Não, mas me diverti executando os jogos.</li><li>c. Mais ou menos, me confundi algumas vezes.</li></ul> |

Finalizada a parte da trilha de aprendizagem, na **aula 5** os alunos responderam ao **questionário a posteriori**, composto por 3 partes: na parte A com 5 questões relativas aos aspectos didáticos e metodológicos do produto educacional, a parte B com 13 questões relacionadas ao desenvolvimento da argumentação e dos conceitos de probabilidade e a parte C com 8 questões que abrangem os conhecimentos de probabilidade para verificar se foram desenvolvidos e assimilados.

**QUESTIONÁRIO A POSTERIORI****PARTE A – ASPECTOS DIDÁTICOS E METODOLÓGICOS DO PRODUTO EDUCACIONAL**

1. Sobre os jogos apresentados, você considera que eles auxiliaram na aprendizagem dos conceitos de probabilidade?
  - a. Sim
  - b. Não
  - c. Mais ou menos
  
2. Sobre os jogos apresentados, você considera que eles auxiliaram no desenvolvimento da argumentação?
  - a. Sim
  - b. Não
  - c. Mais ou menos
  
3. Sobre as atividades escritas propostas, você considerou que auxiliaram no desenvolvimento da argumentação escrita?
  - a. Sim
  - b. Não
  - c. Mais ou menos
  
4. Sobre a configuração das atividades em formato de uma aventura em ilha com estações, você considerou que estimulou o interesse e engajamento para resolvê-las?
  - a. Sim, pois ficaram mais dinâmicas e atrativas.
  - b. Não, ficou muito confuso.
  - c. Mais ou menos, pois algumas eram mais objetivas e dinâmicas e outras mais longas para resolver.
  
5. A dinâmica de aplicação das atividades estimulou você a participar e falar expondo suas ideias matemáticas?

- a. Sim, venci a timidez, consegui me expressar e aprendi a argumentar matematicamente.
- b. Não estimulou, até participei das atividades, mas não falei, apenas colaborei com meus colegas.
- c. Mais ou menos, ainda estou me acostumando com a ideia de falar nas aulas de Matemática, expor minhas ideias e estou ainda aprendendo a argumentar.

## **PARTE B – DESENVOLVIMENTO DA ARGUMENTAÇÃO E DOS CONCEITOS DE PROBABILIDADE**

- 1. Após a realização das atividades propostas, você conseguiu compreender o que significa probabilidade?
  - a. Sim, comprehendi plenamente.
  - b. Não comprehendi.
  - c. Mais ou menos, ainda tenho certa dificuldade.
- 2. Você consegue definir o que é um evento aleatório?
  - a. Sim, consigo definir.
  - b. Não consigo.
  - c. Mais ou menos, ainda tenho dúvida do que seja um evento aleatório.
- 3. Você consegue definir o que é acaso?
  - a. Sim, consigo definir.
  - b. Não consigo.
  - c. Mais ou menos, ainda tenha dúvida do que seja o acaso.
- 4. Você consegue conceituar o que é um evento equiprovável?
  - a. Sim, consigo conceituar.
  - b. Não consigo.
  - c. Mais ou menos, pois tenho ainda dúvida sobre o que significa o evento equiprovável.

5. Você conseguiu compreender que a probabilidade está presente no cotidiano?

a. Sim.

b. Não.

6. Você aprendeu a argumentar matematicamente por meio da escrita ou oralmente?

a. Sim, aprendi plenamente.

b. Não aprendi.

c. Mais ou menos, ainda tenho dificuldades em me expressar.

7. Você consegue estruturar o seu raciocínio para expressá-lo em uma interação discursiva na qual terá que argumentar em uma aula de Matemática?

a. Sim, plenamente.

b. Não consigo.

c. Mais ou menos, com certa dificuldade, pois ainda não consigo estabelecer relações entre ideias e expressar meu raciocínio.

8. Desenvolva a frase apresentada a seguir colocando 1 argumento que apoie a ideia expressa:

UMA ESCOLA QUER MONTAR UMA COMISSÃO PARA DEBATER O PROBLEMA DO LIXO NO RECREIO. VEJA A TABELA COM O NÚMERO DE ESTUDANTES EM CADA ANO.

ANO	3º ANO	4º ANO	5º ANO
NÚMERO DE ESTUDANTES	120	102	85

Se um estudante for sorteado ao acaso, há mais chances dele ser do 3º ano, porque \_\_\_\_\_

—.

9. Helena encontrou seus amigos Allan e Carolina na barraca das roletas. Eles iam apostar para ver quem ganhava uma bola. Para ganhar o prêmio,

era preciso escolher uma cor e girar a roleta, que deve parar na cor escolhida. Analise o que cada um escolheu e responda à questão, argumentando:



Helena



Allan



Carolina

Quem tem mais chance de ganhar é Helena, porque \_\_\_\_\_.

Quem tem menos chance de ganhar é Carolina, porque \_\_\_\_\_.

10. Durante a resolução das atividades, qual desses componentes do processo de argumentação você teve mais dificuldade de elaborar e/ou identificar:

- Afirmiação
- Dados/Evidências/Fundamentos
- Hipóteses
- Garantia
- Justificativa
- Conclusão

11. Dos fatores abaixo que podem prejudicar a argumentação nas aulas de Matemática, assinale aquele que você considera o mais marcante:

- timidez em falar
- dificuldades em escrever
- receio em ser julgado por expressar alguma ideia de maneira equivocada
- medo de contrapor uma ideia de um colega e gerar algum conflito
- não saber defender uma ideia

12. Você concorda que o princípio da argumentação é respeitar a ideia do outro e aprender com uma ideia que seja diferente da sua?

- a. Sim, concordo plenamente.
- b. Não concordo.
- c. Concordo parcialmente.

13. O processo de argumentação consiste em gerar conflito e “ganhar o debate por meio de uma discussão”?

- a. Sim.
- b. Não

### **PARTE C – CONHECIMENTOS DE PROBABILIDADE**

1. Em uma urna há 12 bolas vermelhas, 5 bolas azuis e 3 bolas verdes. Sorteando uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ser uma bola ser verde?

- a)  $\frac{3}{5}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{3}{20}$

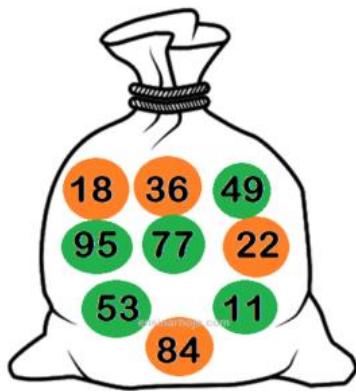
2. Se em uma turma é formada por 8 alunas e 7 alunos e a professora escolher aleatoriamente um estudante para ir ao quadro resolver um exercício, qual a probabilidade de ser selecionada uma aluna?

- a)  $\frac{8}{15}$
- b)  $\frac{7}{15}$
- c)  $\frac{11}{15}$
- d)  $\frac{13}{15}$

3. Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número par:

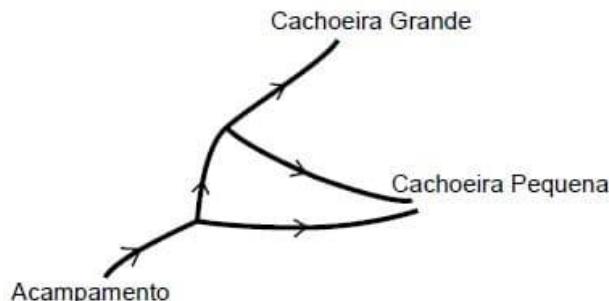
Resposta:

4. Em um saquinho há bolinhas com números pares e ímpares. Ao retirar uma bola do saquinho, qual tipo de número tem mais chances de sair: bola com número par ou bola com número ímpar? Por quê?



Resposta:

5. Dois jovens partiram, do acampamento em que estavam, em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a trilha indicada neste esquema:



Em cada bifurcação encontrada na trilha, eles escolhiam, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguiam adiante. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é:

- a)**  $\frac{1}{2}$
- b)**  $\frac{2}{3}$
- c)**  $\frac{3}{4}$
- d)**  $\frac{5}{6}$

6. Sobre qual cor é menos provável que o ponteiro pare?



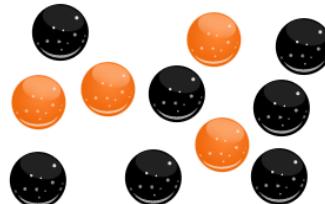
- a) Branca
- b) Verde
- c) Nenhuma, pois branca e verde são igualmente prováveis.

7. Sobre qual cor é menos provável que o ponteiro pare?



- a) Branca
- b) Azul
- c) Nenhuma, pois branca e azul são igualmente prováveis.

8. Se você selecionasse uma bola sem olhar, qual bola seria a mais provável de ser selecionada?



- a) Preta
- b) Laranja
- c) Nenhuma, pois ambas são igualmente prováveis.

## MATERIAL COMPLEMENTAR

Além da sequência didática com a trilha de aprendizagem construída e apresentada anteriormente, foi elaborado um Material Complementar com o tutorial de duas outras atividades para aplicação em sala de aula, envolvendo o conteúdo de probabilidade que podem ser utilizadas para reforço e/ou revisão dos conteúdos. São dois jogos digitais desenvolvidos pela plataforma Wordwall. Foram gravados dois vídeos tutoriais sobre os jogos que estão disponíveis no YouTube no Canal do Grupo Matemática, Educação e Tecnologia (Matedtec) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Dessa forma, com recursos digitais como vimos com o Jogo “The Vile Vendor”, a sequência didática auxilia o professor com a inserção da cultura digital nas aulas de Matemática, como previsto pela BNCC (BRASIL, 2018). Seguem os links de acesso aos jogos na Plataforma Wordwall e o link dos vídeos tutoriais:

**Plataforma Wordall:**

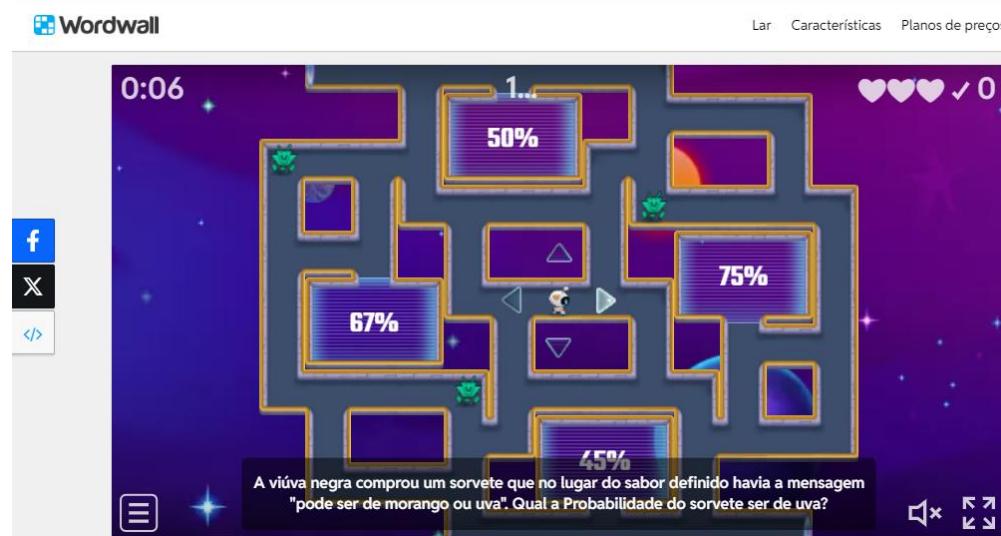
**Jogo 1: Jogo “Programa de TV” – Ensino de Probabilidade**

**Link:** <https://wordwall.net/resource/76964950/probabilidade-5%c2%ba-no-programa-de-tv>



## Jogo 2: Jogo “Labirinto” – Ensino de Probabilidade

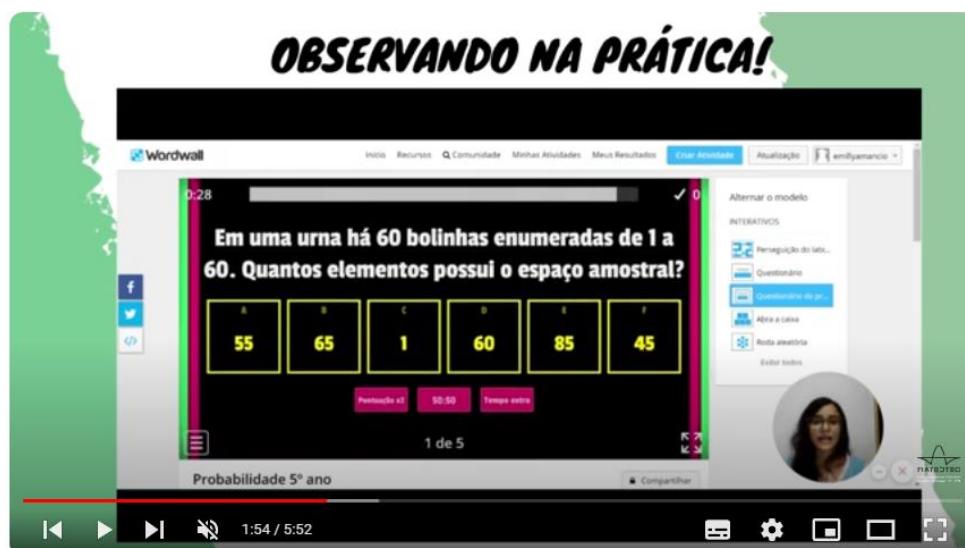
Link: <https://wordwall.net/resource/19633208/probabilidade-5%c2%ba-ano>



## Vídeos tutoriais:

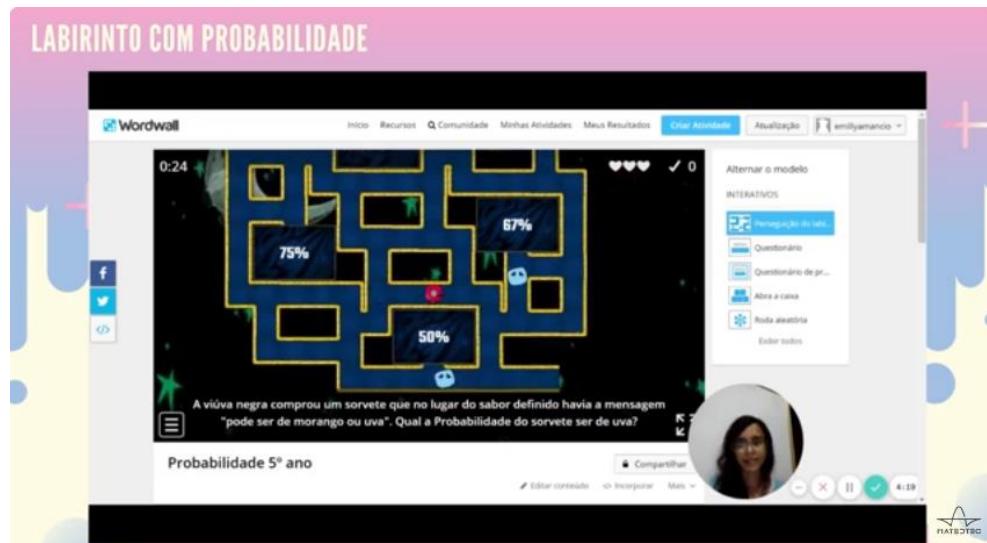
### Vídeo 1 – Jogo “Programa de TV” – Ensino de Probabilidade

Link: <https://youtu.be/pN02WDAXWHo>



## Vídeo 2 – Jogo “Labirinto” – Ensino de Probabilidade

Link: <https://youtu.be/PRQnjyDi3WI>



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades investigativas aqui descritas foram criteriosamente elaboradas buscando-se a melhor forma de promover uma aprendizagem com significado através do uso da argumentação para o ensino de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental. Com a utilização de recursos didáticos como jogos, atividades com histórias, cenários e personagens objetivou-se uma abordagem lúdica e atrativa dos conceitos de Probabilidade para o ano escolar citado, procurando relacionar com as situações do cotidiano em que se pode observar os eventos probabilísticos.

Por sua vez, constatamos que a argumentação é um elemento necessário no processo de ensino e aprendizagem em toda a Educação Básica e a Matemática não é isenta da mesma. A ideia errônea de achar que a Matemática se baseia apenas em algo totalmente mecânico, com a presença excessiva de manipulação de algoritmos e procedimentos, deve ser considerada obsoleta para que possamos ter avanços notórios na Educação Matemática, proporcionando aulas em que os alunos possam ser protagonistas argumentando com posicionamentos fundamentados e consistentes conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2018).

Embora, a implantação da argumentação nas aulas de Matemática seja desafiadora, é preciso que o professor inicie esta prática para que aos poucos seja incorporada em suas aulas e passe a ser algo natural do processo de ensino e aprendizagem.

Por fim, esperamos que este material auxilie os professores durante o planejamento das aulas de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e promovam a argumentação na sala de aula, oportunizando aos alunos a manifestação de suas ideias e a defesa das mesmas, a explicação do raciocínio probabilístico utilizado para resolver as atividades investigativas propostas, bem como reconheçam sua importância nas aulas de Matemática como uma competência geral da Educação Básica. Esperamos que as atividades levem os alunos a reconhecer processos que os direcionam para uma argumentação considerada adequada e rica em conhecimentos probabilísticos.

Os referenciais teóricos brevemente discutidos neste Produto Educacional estão aprofundados na dissertação, bem como a aplicação da sequência didática em que se detalham os resultados obtidos entrelaçando-os com o que os estudos apontam acerca da temática.

## REFERÊNCIAS

- ABERDEIN, A. The uses of argument in mathematics. **Argumentation**, v. 19, n. 3, p. 287–301, 2005.
- AMARAL, E. M. R. **Perfil conceitual para a segunda lei da termodinâmica aplicada as transformações químicas:** a dinâmica discursiva em uma sala de aula de Química do Ensino Médio. 2004. 288 f. (Tese de doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG, 2004.
- BATANERO, C., GODINO, J. D., ROA, R. Training teachers to teach probability. **Journal of Statistics Education**, v.12, n. 1, p. 1-15, 2004.
- BRASIL. **Base nacional comum curricular.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.
- COLONNESE, M. et al. **What is mathematical argumentation?** 2015. Disponível em: <https://bridges.education.uconn.edu/wp-content/uploads/sites/753/2016/01/ATOMIC-2015-Handout-Argumentation.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista:** estudo epistemológico e didático. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.
- CHIARO, S.; LEITÃO, S. O papel do professor na construção discursiva da argumentação em sala de aula. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 18, n.3, p. 350-357, 2005.
- EUGÊNIO, R. S. **Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental:** um processo de formação dialógica com professores de matemática. 2019. 232 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- FIELDING-WELLS, J. **Inquiry-based argumentation in primary mathematics: reflecting on evidence.** 2013. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572841.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2022.
- FISCHBEIN, E. Enseignement mathématique et développement intellectuel. **Educational Studies in Mathematics**. v. 38, n. 11, p. 290-306, 1969.

- FREEMAN, J. B. Argument strength, the Toulmin model, and ampliative probability. **Informal Logic**, v. 26, n. 1, p. 25-40, 2006.
- GAL, I. Towards probability literacy for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 39-63.
- HOKOR, E. K. Probabilistic thinking for life: the decision-making ability of professionals in uncertain situations. **International Journal of Studies in Education and Science (IJSES)**, v.4, n. 1, 31-54, 2023.
- KOSKO, K. W.; WILKINS, J. L. M. Does time matter in improving mathematical discussions? The influence of mathematical autonomy. **The Journal of Experimental Education**, v. 83, n. 3, p. 368–385, 2015.
- KOSKO, K. W., GUILFORD, E. Making students mathematical arguments explicit. **Ohio Journal of School Mathematics**, v. 80, n. 1, p. 43 – 80, 2018.
- LEITÃO, S. Processos de construção do conhecimento: a argumentação em foco. **Pro-positões**, v. 18, n. 3, p. 75-92, 2007.
- LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, v. 28, n.74, p.57-73, 2008.
- MACAGNO, F.; WALTON, D. What we hide in words: emotive words and persuasive definitions. **Journal of Pragmatics**, v. 42, n. 7, p. 1997-2013, 2010.
- MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 3, p. 283-306, 2016.
- MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 3, p. 283-306, 2002.
- OSTETTO, L. E. Planejamento na educação infantil: mais que a atividade, a criança em foco. In: **Encontros e encantamentos na educação infantil: partilhando experiências de estágios**. OSTETTO, L. E. (Org.). Campinas: Papirus, 2000. p. 175-200.
- PONTE, J. P. **Explorar e investigar em matemática:** desafio para alunos e professores. 2006. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3971/1/06-Ponte-UFF-Explorar%20e%20Investigar.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93 - 169, 2003.
- PONTE, J. P. et al. Exercícios, problemas e explorações: perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Interacções**, v. 8, n. 22, p. 196 – 216, 2012.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de Toulmin. **Ciência & Educação (Bauru)**, v.17, n.1, p.97-114, 2011.

SCRIVEN, M.; PAUL, R. **Defining critical thinking**. 1987. Disponível em: <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SILVA, A. L. B. **Probabilidade no ensino médio e suas aplicações no cotidiano**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

STAPLES, M. et al. **Using artifacts to explore conceptions and consequences of argumentation, justification, and proof**. In: Psychology of Mathematics Education (PME-NA). 38th Annual Meeting at Arizona State University, Tuscon, AZ, November 3-6, 2016.

TOULMIN, S. **The uses of argument**. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1958.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

WESTON, A. **A construção do argumento**. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.