UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DIOGO PINHEIRO DA SILVA

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO SEGUNDO ANO DO ENSINO MÉDIO COM BASE NO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM E COMO METODOLOGIA O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Maceió
2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DIOGO PINHEIRO DA SILVA

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO SEGUNDO ANO DO ENSINO MÉDIO COM BASE NO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM E COMO METODOLOGIA O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Produto educacional realizado sob orientação do(a) Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra e apresentado à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Maceió
2017

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O Produto Educacional é um pequeno arquivo fruto de uma pesquisa de Mestrado. Em termos gerais, ele deve apresentar contribuições relevantes ao processo de ensino e aprendizagem de Ciências em diversas etapas da Educação Básica. Para isso, deve atender normas regimentais com a finalidade de ser um documento claro e com facilidade de acesso aos professores, futuros professores, profissionais da educação, comunidade científica e sociedade em geral.

O interesse de pesquisa pelo objeto matemático *Análise Combinatória* sofreu forte influência das minhas experiências como professor de Matemática e como tutor do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Aberta do Brasil (UAB). Em inúmeros casos, o ensino de Análise Combinatória tem enfoque didático voltado quase em sua totalidade para aspectos estritamente matemáticos. Neste sentido, percebe-se um distanciamento da compreensão real da construção dos conceitos necessários.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam uma importante visão a respeito da importância dos estudos de temáticas relacionadas à Contagem. Conforme o documento,

> As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicada as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatístico e probabilístico são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas (BRASIL, 1999, p. 257).

O levantamento bibliográfico realizado mostrou que diversas pesquisas defendem o uso do P.F.C. (Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem) como principal estratégia de ensino da Análise Combinatória. Em se tratando do campo dos métodos, a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas tem sido defendida por muitos pesquisadores da Educação Matemática. Nesta metodologia, segundo os estudiosos, o conhecimento parte do estudante, levando em consideração todo o processo de construção dos significados (Onuchic, et al, 2014).

Sendo assim, a construção deste Produto Educacional intitulado de **Uma Proposta Didática para o Ensino de Análise Combinatória no Segundo Ano do Ensino Médio com Base no Princípio Fundamental da Contagem e como Metodologia o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas** foi fruto dos resultados de uma dissertação de Mestrado (**A Aprendizagem de Análise Combinatória no Ensino Médio**) que buscou responder e levantar contribuições acerca do seguinte problema de pesquisa: **Quais dificuldades podem emergir no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de análise combinatória por meio de aplicação de uma sequência didática concebida a partir do Princípio Fundamental da Contagem e tendo como metodologia o ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas?**

Ambos os trabalhos foram confeccionados por mim, Diogo Pinheiro da Silva, com a orientação do professor Dr. Ediel Azevedo Guerra e submetidos à banca examinadora para atender as condições do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

A turma na qual foi realizado este estudo faz parte de uma escola pública estadual subordinada à Secretaria Estadual de Educação de Alagoas (SEDUC-AL). Dos 37 alunos regularmente matriculados no segundo ano do ensino médio, 20 compareceram em todas as etapas do processo. Para a construção das questões usadas na sequência, foi feito um teste diagnóstico (conhecimentos prévios) com base na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky. Neste teste, o número de erros encontrados foi muito alto, caracterizando um conhecimento quase nulo em relação aos conhecimentos mínimos básicos de Análise Combinatória defendidos nos documentos oficiais de educação.

A aplicação da sequência ocorreu em duas etapas. Na primeira, os alunos tiveram contato inicial com o primeiro Problema Gerador, onde a finalidade foi o despertar para a ideia de padrão e, dessa forma, chegar ao conhecimento do Princípio Fundamental da Contagem. Na segunda fase, tendo posse da ideia do P.F.C., o segundo Problema Gerador teve como destaque a necessidade de observar a origem dos agrupamentos. O objetivo foi discutir a importância da ordem dos elementos e, assim, introduzir os conceitos de Arranjo Simples, Combinação

Simples e Permutação Simples relacionando-os com o Princípio Multiplicativo. No final de cada etapa, foram propostos exercícios.

A validação da sequência foi possibilitada pela análise das respostas dos exercícios aplicados no final de cada etapa em comparação com os conhecimentos prévios e pelas observações feitas durante sua execução.

Com a construção, aplicação e validação da Sequência Didática, pôde-se reunir argumentos para tentar solucionar o problema de pesquisa proposto. Dentre eles, destacam-se os seguintes resultados:

1 - Foi possível perceber que todos os grupos participantes apresentaram evolução acerca dos conhecimentos básicos de Análise Combinatória, ainda que de forma heterogênea;

2 - Incialmente, houve certa rejeição dos alunos em relação à nova abordagem metodológica. Essa percepção fica evidente na dificuldade de socialização principalmente do primeiro Problema Gerador. Para muitos, a tentativa de resolução de um problema só seria possível após a exposição formal do conteúdo e, além disso, houve receio em participar das discussões por medo de erros e por possíveis punições em decorrência disso. Essas características ainda evidenciam uma forte ligação com o modelo tradicional de ensino percebido nesta turma. Para tentar superá-lo, foram realizadas diversas intervenções, onde se verificou uma importante redução nesta barreira, mas não sua eliminação por completo.

3 - As interações mais significativas entre os sujeitos da pesquisa foram mais aparentes na segunda etapa da sequência. As trocas de informações entre os integrantes de um mesmo grupo e entre os integrantes de grupos diferentes possibilitaram a superação de dificuldades ou a uma percepção melhor no tocante à comparação entre as respostas, principalmente nos momentos da resolução do problema em grupo e da plenária.

4 - Os Problemas Geradores desempenharam função relevante no processo. Foi possível identificar que alguns grupos evoluíram do processo de obtenção das respostas usando a Contagem Direta (caso a caso) para a tentativa de descobrir um padrão e, assim, abrir caminhos para a compreensão do P.F.C. e dos diferentes tipos de agrupamentos posteriores. Sendo assim, entendemos que o professor que deseja seguir esta metodologia de ensino precisa ser criterioso na construção do

Problema Gerador. As competências essenciais para a apropriação do objeto matemático devem estar presentes nessa reflexão inicial.

5 - No tocante ao uso de fórmulas específicas nos exercícios dos diferentes tipos de agrupamentos trabalhados (Arranjo Simples, Combinação Simples e Permutação Simples), um quantitativo significativo de alunos utilizou apenas o P.F.C. como instrumento para resolução destas questões. Entendemos que essa situação representou uma redução no uso excessivo de fórmulas, possibilitando uma liberdade maior acerca das escolhas de estratégias para a resolução dos problemas.

A seguir, apresentaremos em 3 tópicos, os conhecimentos básicos do objeto matemático trabalhado, as considerações importantes sobre a opção metodológica escolhida e a descrição das etapas (incluindo os Problemas Geradores) realizados na Sequência Didática.

1 - CONCEITOS BÁSICOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA O ENSINO MÉDIO.

1.1 - Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C.)

Um conceito para o Princípio Multiplicativo:

Se uma decisão **D1** pode ser tomada de **p** modos e, qualquer que seja essa escolha, a decisão **D2** pode ser tomada de **q** modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões **D1** e **D2** é igual a **pq**.

Observação: Esse princípio pode ser estendido quando forem realizadas n escolhas sucessivas.

Vejamos um exemplo: Com os algarismos 5, 6 e 7 quantos números de dois algarismos distintos podemos formar?

Resposta: A solução seria os números 56, 57, 67, 65, 75, 76. Neste caso, temos um total de 6 números. Porém, poderíamos obter este resultado através do Princípio Multiplicativo, conforme:

1º algarismo: 3 possibilidades;

2º algarismo: 2 possibilidades.

Logo, 3 x 2 = 6 números.

1.2 - Fatorial de um Número Natural.

Dado um número natural **n≥2**, chama-se fatorial de **n**, ao número indicado por **n!** tal que

n! = n. (n-1). (n-2)... 3.2.1

ou seja, é o produto de todos os números naturais, de n até 1.

Exemplo: 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720.

Para interromper o desenvolvimento do fatorial de um número, deve-se colocar o símbolo de fatorial após o último algarismo que for escrito.

Exemplo: 8! = 8.7.6.5!

1.3 - Arranjo Simples.

Dado um conjunto com **n** elementos, e sendo **p** um número inteiro e positivo, tal que **p≤n**, chama-se Arranjo Simples dos n elementos dados, agrupados **p a p**, qualquer sequência de p elementos distintos formada com os elementos do conjunto.

Nota: a ordem dos elementos gera novas possibilidades.

Fórmula: $\mathrm{A}_{\mathrm{n;\,p}} = \frac{\mathrm{n!}}{(\mathrm{n-p})!}$

Exemplo: Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar com os elementos do conjunto E = {1,2,3,4,5}?

Observação: Sabe-se que a ordem dos elementos interfere na formação dos agrupamentos. Sendo assim, estamos diante de um problema de Arranjo Simples.

Solução: $A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.2!}{2!}$ = 5.4.3 = 60.

Resposta: É possível formar 60 números de 3 algarismos distintos.

1.4 - Combinação Simples.

Dado um conjunto qualquer de **n** elementos e sendo **p** um número inteiro e positivo tal que **p≤n**, chama-se combinação simples dos **n** elementos dados, agrupados p a p, qualquer subconjunto de **p** elementos distintos, formados com elementos do conjunto.

Nota: a ordem dos elementos não gera novas possibilidades.

Fórmula: $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Exemplo: Quantos grupos diferentes de 4 lâmpadas podem ser acesos num galpão que tem 10 lâmpadas?

Observação: Como a ordem das lâmpadas não interfere na formação dos agrupamentos, afirmamos que o problema é de Combinação Simples.

Solução: $C_{10,4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10.9.8.7.6!}{4!6!} = \frac{10.9.8.7}{4!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = \frac{5040}{24} =$ 210.

Resposta: É possível formar 210 grupos diferentes de 4 lâmpadas.

1.5 - Permutação Simples.

Quando um agrupamento é composto por **m** elementos dispostos em **m** posições, dizemos que há uma permutação de n elementos.

Nota: Podemos considerar a Permutação Simples como um caso particular de Arranjo Simples. Para determinar o número de Permutações Simples, usa-se a expressão P = m!

Exemplo: Anagramas são palavras formadas pela reorganização de letras de outra palavra. Determine o número de anagramas da palavra ENSINO?

A palavra ENSINO possui 6 letras. Logo, a quantidade de anagramas são todas as permutações formadas entre todas as letras.

Solução: P = 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720.

Resposta: A palavra ENSINO possui 720 anagramas.

2 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

2.1 - Elementos Históricos.

Como definir um problema?

Polya (1962), levantando uma reflexão acerca desse questionamento, destaca:

> a palavra "problema" será considerada num significado bastante abrangente(...) Ter fome não é usualmente um problema na vida moderna. Tem-se fome em casa, pego alguma coisa na geladeira, ou vou a uma lanchonete, ou a algum outro lugar se estou na cidade. É uma questão diferente, entretanto, quando a geladeira está vazia ou acontece de eu estar na cidade sem dinheiro; nesse caso, ter fome torna-se um problema. Se o desejo traz à minha mente imediatamente, sem qualquer dificuldade, alguma ação óbvia que seja provavelmente a de alcançar o objeto desejado, não há problema. Assim, ter um problema significa: *procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um fim claramente concebido, mas não imediatamente atingível.* Resolver um problema significa achar tal ação. (p.117).

Os primeiros estudos sobre o ensino de matemática por meio da Resolução de Problemas teve uma forte influência de George Polya. Polya, matemático e educador matemático húngaro, apresentou em seu livro *A Arte de Resolver Problemas (1945)* um lineamento de quatro etapas para a resolução de problemas, a saber: 1) **compreender o problema**; 2) **estabelecer um plano**; 3) **executar esse plano** e 4) **examinar a solução obtida** (Onuchic et al, 2014).

A Resolução de Problemas ganhou espaço nos currículos a partir da publicação do documento "Uma Agenda para Ação-Recomendações para a Matemática Escolar para a década de 1980". O documento indicava que a Resolução de Problemas deveria ser uma estratégia principal nos currículos escolares. Esse espaço foi conquistado pela RP diante do insucesso de outras metodologias de ensino que se baseavam na formalidade e no rigor (Onuchic et al,2014).

O período que veio após a publicação desse documento foi marcado por uma agitação muito grande, pois as recomendações não eram claras em relação à forma como a Resolução de Problemas deveria ser compreendida em sala de aula. A Resolução de Problemas passou a ser uma estratégia bastante divulgada, porém com pouca aplicabilidade. Um exemplo disso foi as edições de alguns livros didáticos que se auto declaravam com essa nova metodologia, porém mantiveram os mesmos conteúdos e com as mesmas abordagens. (Schoenfeld, 2008).

Levando em consideração essas divergências, Schroeder e Lester (1989) citados por Onuchic (1999) apresentam três modos diferentes sobre a Resolução de Problemas:

> *Ensinar sobre Resolução de Problemas*: o professor que ensina sobre a resolução de problema procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele.
> *Ensinar a resolver o problema*: concentra-se na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na solução de problemas rotineiros e não rotineiros. Embora a aquisição de conhecimento matemático seja importante, a proposta essencial para aprender matemática é ser capaz de usá-la.
> *Ensinar matemática através da Resolução de Problemas*: Tem-se Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. O ensino está centrado no aluno, que constrói os conceitos matemáticos durante a resolução de um problema, sendo depois formalizados pelo professor. (p.206-207).

Ao ensinar ***sobre*** a resolução de problemas, a ênfase é em torno do modelo proposto por Polya, dividido nas seguintes etapas: compreender o problema, criar um plano, executar o plano e examinar a solução obtida (Souza, 2010).

Em relação ao ensino de matemática ***para*** resolver problemas, o foco é nas técnicas com o objetivo de resolver o problema. A matemática é ensinada para resolver problemas. Os conteúdos matemáticos são dados anteriormente ao problema proposto (Souza, 2010).

Já o trabalho de ensinar ***através*** da Resolução de Problemas enfatiza os problemas como parte de todo o processo. A Matemática e a resolução de problemas são construídas ao mesmo tempo (Allevato et al,2014).

2.2 - Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Para tornar prática a aplicabilidade da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic

(2014), após uma série e experimentos e atualizações, criaram um roteiro contendo uma sequência de atividades:

> 1. ***Proposição do problema*** - Seleciona ou elabora um problema e denomina-se de problema gerador.
> 2. ***Leitura individual*** - Distribuir uma cópia impressa do problema para cada aluno e solicitar a leitura do mesmo.
> 3. ***Leitura em conjunto*** – Distribuir a turma em pequenos grupos e, solicitar uma nova leitura do problema.
> 4. ***Resolução do problema*** – A partir do momento em que o aluno entendeu o problema tenta a resolver, em grupo, permitindo assim a construção do conhecimento sobre o conteúdo que o professor planejou para aquela aula.
> 5. ***Observar e incentivar*** – Nesse momento, o professor muda de comunicador do conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador, incentivador da aprendizagem.
> 6. ***Registro das resoluções na lousa*** – Anotar os resultados obtidos pelos grupos quer sejam certo ou errado e aqueles feitos por diferentes caminhos.
> 7. ***Plenária*** – Assembleia com todos os alunos. Como todos trabalham sobre o problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados, dessa forma, participam.
> 8***. Busca do consenso*** – Após as discussões, e sanadas as dúvidas, o professor juntamente com os alunos tentam chegar a um consenso.
> 9.***Formalização do conteúdo*** – Faz-se uma síntese daquilo que se objetivava “aprender” a partir do problema gerador. São colocadas as devidas definições, identificando propriedades, fazendo demonstrações,etc.
> 10***. Proposição e resolução de novos problemas*** – Nesta etapa, após a formalização do conteúdo, propõem-se novos problemas para a fixação de aprendizagem. (pag.44-46)

3-SEQUÊNCIA DIDÁTICA.

Neste item, apresentaremos de forma sucinta os passos construídos e aplicados na Sequência Didática. Esses estágios foram montados em duas etapas com objetivos específicos e, ao mesmo tempo, interligados. A primeira etapa teve como foco a construção da apropriação do conceito do P.F.C. Na segunda, a ideia foi em torno da exploração dos seguintes agrupamentos: Arranjo Simples, Combinação Simples e Permutação Simples. Vale destacar que o P.F.C. esteve presente em todas as etapas desta sequência como forma de possibilitar links entre as fórmulas apresentadas.

A escolha ou confecção do Problema Gerador é um processo delicado e exige total atenção do professor. Conforme a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, o Problema Gerador, ainda que tenha como finalidade a apropriação de elementos matemáticos novos, precisa partir de alguma ideia familiar, útil e que atraia o espírito desafiador, aguçando as ideias intuitivas dos alunos.

Sendo assim, os Problemas Geradores criados nesta pesquisa foram baseados em situações vivenciadas pela turma pesquisada. Em linhas gerais, os alunos estavam participando de um processo seletivo para contratação temporária de aprendizes para a área administrativa de uma empresa na região onde estudam. Um dos ciclos finais deste processo era a contratação de uma conta bancária para receber os vencimentos. Diante disso, buscou-se a utilização deste link como forma de aproximar os estudantes ao objeto matemático estudado.

Entendemos que cada turma terá sua própria realidade, ou seja, o professor precisará identificar peculiaridades que possam contribuir para a modificação ou adequação dos Problemas Geradores usados neste trabalho.

Tendo levantado essas reflexões, apresentaremos a sequência em suas duas etapas, conforme mencionado no início desse tópico.

3.1 - Primeira Etapa: Apropriação do Conceito do P.F.C.

- Primeiro Problema Gerador;

Joana é uma garota de 18 anos. No início do ano de 2016, ela foi aprovada em uma importante universidade de sua cidade através do ENEM. Nesse mesmo período, Joana acabou sendo convocada para um emprego que havia feito uma entrevista recentemente. Joana decidiu aceitar o emprego e fazer seu curso superior ao mesmo tempo. Para isso, foi necessário abrir 1 conta corrente em um banco público para poder receber seu salário. A estudante visitou o banco “Juros Baixos” e foi conversar com o gerente.

Fonte: http://creditoedebito.com.br/bancos/como-abrir-uma-conta-corrente/

Para abrir uma conta neste banco, o gerente afirmou que Joana teria que montar uma senha com 4 dígitos sem nenhum número se repetir tendo como base os seguintes números: 1,2, 3 e 4. Joana deveria ter apenas uma senha, mas sabia que poderia escolher entre várias determinadas pelo gerente. Sabendo disso, qual a quantidade total de senhas possíveis?

Fonte: sequência didática, 2016.

- Leitura e resolução do Problema Gerador pelos grupos;
- Apresentação dos registros de cada grupo no quadro;
- Discussão acerca das respostas de cada grupo;
- Compreensão de uma resposta definitiva para o Problema Gerador;
- Apresentação formal do conceito do P.F.C.;

Para este momento, faz-se necessário mostrar que o processo de contagem direta, ou seja, contando caso a caso nem sempre é o melhor caminho para chegar ao quantitativo final de possibilidades. Para isso, um novo problema (com base no Problema Gerador) deve ser proposto com essa finalidade e, a partir daí, levantar a importância do conceito do P.F.C., conforme o modelo abaixo:

Imagine a seguinte situação: Joana não gostou das condições financeiras propostas pelo gerente. Para ela, as tarifas do cartão de crédito e da manutenção da conta eram muito altas. Como era seu primeiro emprego, a garota não queria gastar mais que o necessário com tarifas bancárias. Então, foi decidido que ela voltaria em outra oportunidade, pois iria pesquisar as condições em outras agências.

O banco “Master” concorrente direto do banco “Juros Baixos” ofereceu a Joana taxas bem mais acessíveis. A estudante decidiu fechar parceria e abrir sua conta. O novo gerente afirmou que o processo para a escolha da senha seria um pouco diferente do banco anterior. Joana deveria montar uma senha com 5 dígitos sem repetição, mas agora tendo 5 opções de escolha (1,2,3,4,5). Quantas opções de senha Joana teria para escolha?

Fonte: sequência didática, 2016.

- Apresentação formal do conceito de Fatorial;

- Proposta e resolução de novos problemas.

Problemas propostos no final da primeira etapa:

1) Thiago possui 3 blusas diferentes e 2 calças diferentes. De quantas maneiras ele poderá escolher uma blusa e uma calça para se vestir?

2)) Um estudante possui um livro de Matemática, um de Biologia, um de Física, um de Química, um de história e um de Geografia. Desejando organizá-los lado a lado em uma estante, de quantos modos poderá fazê-lo?

a) O primeiro livro seja de Matemática.

b) O primeiro livro seja de Matemática e o segundo de Física.

c) Os dois primeiros livros sejam os de Matemática e Física.

d) Os livros de Matemática e Física fiquem juntos.

3) No Brasil, os carros são emplacados assim que saem da loja. O modelo brasileiro compreende 3 letras seguidas de 4 números, conforme o exemplo abaixo:

Fonte: https://www.google.com.br/search?q=placas+de+automovel+no+brasil

Com base nessas informações, resolva:

a) Quantas placas podem ser formadas neste modelo?

b) Quantas placas podem ser formadas neste modelo, desde que não tenha repetição de números e letras?

c) Mantendo as letras NQC, determine a quantidade de placas formadas.

d) Mantendo os números 0876, determine a quantidade de placas formadas com letras distintas.

4) Calcule:

a) 5!

b) 6! + 4!

c) $\frac{10!}{7!}$

d) $\frac{9!+8!}{5!}$

Fonte: sequência didática, 2016

3.2 - Segunda Etapa: Apropriação dos Conceitos de Arranjo Simples, Combinação Simples e Permutação Simples.

- Proposição do segundo Problema Gerador;

Partindo do pressuposto de que, na etapa anterior, os alunos tenham compreendido a ideia do Princípio Multiplicativo, o segundo problema gerador trata da percepção acerca da natureza dos agrupamentos.

André, Bruna, Carla e Danilo são amigos de infância. Eles se encontram todos os meses para colocar o assunto em dia e conversar sobre projetos profissionais. Bruna, com uma visão empreendedora, lançou a proposta dos amigos abrirem uma empresa e virarem sócios. Todos os amigos concordaram com a ideia e começaram a pensar no tipo de negócio que daria mais lucro. Os amigos precisariam criar um nome para a empresa e buscar recursos para isso.

Fonte: http://www.mbsdigital.com.br/blog/vantagens-de-abrir-uma-empresa-na-internet/

Danilo sugeriu que seria interessante que o nome da empresa tivesse as iniciais de 3 (três) dos quatro amigos sem repetição, por exemplo: ABC , ACB , ACD, ADC. Segundo Danilo, esse modelo ficaria mais fácil para os clientes assimilarem.

Por outro lado, Carla afirmou que seria necessário uma comissão com 3 pessoas para ir ao contador conversar sobre as finanças da empresa. Essas comissões também seriam com as iniciais dos nomes dos amigos.

Sabendo disso, determine:

1) Quantos nomes diferentes esses amigos poderiam criar para seu novo negócio?
2) Quantas comissões poderiam ser montadas para tratar dos assuntos financeiros?

Fonte: sequência didática, 2016.

- Leitura e resolução do problema gerador pelos grupos;
- Apresentação dos registros de cada grupo no quadro;
- Discussão acerca das respostas de cada grupo;
- Compreensão de uma resposta definitiva para o segundo Problema Gerador;

- Apresentação formal do conceito de Arranjo Simples associando ao conceito de P.F.C.;

- Apresentação formal do conceito de Combinação Simples associando ao conceito de P.F.C.;

- Apresentação formal do conceito de Permutação Simples associando ao conceito de P.F.C.;

- Proposta e resolução de novos problemas.

Problemas propostos no final da primeira etapa:

1) De quantas maneiras 5 pessoas podem sentar-se num banco que tem apenas 3 lugares? 2) Um grupo é formado por 8 alunos. Considerando esses alunos, quantas duplas distintas podem ser formadas? 3) Em uma competição de atletismo, 8 velocistas disputam a prova final dos 100m rasos, na qual os 4 primeiros colocados irão ao pódio. De quantas maneiras distintas o pódio poderá ser composto? 4) Dispondo-se de abacaxi, acerola, goiaba, laranja, maçã, mamão e melão, calcule de quantos sabores diferentes pode-se preparar um suco usando-se três frutas distintas? 5) Na palavra NORTE, quantos anagramas podem ser formados? Quantos começam com vogal?

Fonte: sequência didática, 2016.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Matemática). Brasília: MEC, 1999.

JULIANELLI, José Roberto; DASSIE, Bruno Alves; LIMA, Mário Luiz Alves de; SÁ, Ilydio Pereira de. Curso de Análise Combinatória e Probabilidade**.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andresa Maria. Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí, Paco Editorial: 2014.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M.A.V. (org.) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, p.199-218, 1999.

POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas.* Rio de Janeiro, Interciência, 2006.

Schoenfeld, A. H. Problem solving in the United States, 1970 - 2008: research and theory, practice and politics. ZDM Mathematics Education, Karlsruhe, n.39, p.537 - 551, 2007.

Schroeder, T, L.; LESTER JR, F.K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A.P.(ed.). New Directions for Elementary School Mahematics**.**Reston: NCTM, 1989, P.31-42.

Souza, Analucia Castro Pimenta de. Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. 2010. 267f. Dissertação de Mestrado. São Carlos, 2010.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. A formação social da mente. Tradução: José Cipolla Neto. 6 ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.