UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELIANO DA ROCHA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais

Maceió

2019

ELIANO DA ROCHA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Pedagogia".

Orientador (a): Profª Drª Adriana Cavalcanti dos Santos.

Maceió

2019

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

R672e Rocha, Eliano da.
Estratégias de resolução de problemas do campo aditivo: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais / Eliano da Rocha. - 2020.
143 f. : il., tabs. color.

Orientadora: Adriana Cavalcanti dos Santos.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.
Inclui produto educacional: Resolução de problemas aditivos: desvelando estratégias dos alunos à luz da teoria dos campos conceituais.

Bibliografia. f. 116-121.
Apêndices: f. 122-143.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Resolução de problemas. 3. Teoria dos campos conceituais. 4. Estruturas aditivas. Título.

CDU: 51

ELIANO DA ROCHA

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Pedagogia" e aprovada em 19 de dezembro de 2019.

Profa. Dra. Adriana Cavalcanti dos Santos
Orientadora
(CEDU/UFAL)

Banca examinadora:

Profa. Dra. Iracema Campos Cusati
(UPE)

Prof. Dr. Eduardo Cardoso Moraes
(IFAL)

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(IM/UFAL)

Aos meus filhos, pelo carinho, fonte preciosa de energia positiva, que me alegra e motiva-me a lutar por meus ideais, em especial a minha caçula Maria Cecília, meu pequeno milagre, benção Divina em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus fonte inesgotável de bondade e amor!

Aos meus Pais, Maria Aparecida da Rocha e Amerino Liberato da Rocha (in memoriam), pelo incentivo e apoio constantes para o meu prosseguimento nos estudos, encorajando-me e dando-me forças para superação dos obstáculos da vida.

À minha querida esposa Maria do Amparo da Silva Rocha, pelo companheirismo, atenção e compreensão, diante de todo contexto em que estive envolvido nesta empreitada.

À toda a minha Família, pelo apoio e compreensão nos momentos de ausência.

Aos companheiros de curso, pela amizade e convivência harmoniosa durante esta jornada, de maneira especial, a Tamires de Almeida Silva, pela força e companheirismos, a Flávia Braga dos Santos Serbim e a Paula Roberta pelo apoio concedido, ao amigo Wagner José Corrreia de Lima, pela consideração e parceria.

A minha excelente orientadora prof. ª Dra. Adriana Cavalcanti dos Santos, pelo apoio, orientação, paciência e compreensão durante toda a caminhada.

À banca de qualificação: Prof. Dr. Elton Casado Fireman e Prof.ª Dra. Iracema Campos Cusati, obrigado pelas valiosas sugestões.

À banca de defesa: Prof.ª Dra. Iracema Campos Cusati, Prof. Dr. Eduardo Cardoso Moraes e Prof. Dr. Amauri da silva Barros, obrigado pelas valiosas sugestões.

A Secretária Municipal de Educação de Teotônio Vilela- AL, Prof.ª Noêmia Maria Barroso Pereira Santos pelo apoio concedido.

A todos os professores pelos ensinamentos valiosos e enriquecedores: Adriana Cavalcanti dos Santos (orientadora), Carloney Alves de Oliveira, Elton Casado Fireman, Fábio Paraguaçu, Ivanderson Pereira da Silva, Jenner Barretto Bastos Filho, Kleber Cavalcanti Serra e Givaldo Oliveira dos Santos.

Aos funcionários do PPGECIM, em especial a ex-Secretária Monica Barros pelas importantes orientações, quando recém-chegado ao curso e ao Adailton Cortez, atual secretário pelo excelente atendimento sempre que solicitado.

À UFAL por ter me proporcionado mais este momento de crescimento pessoal.

RESUMO

Revisões sistemáticas da literatura sobre estudos e pesquisas em educação matemática têm cada vez mais destacado a importância da metodologia de resolução de problemas nos processos de ensino e de aprendizagem nesta área. Neste contexto, destacam-se as contribuições do aporte teórico da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1996), notadamente sobre o processo de conceitualização e dominio das estruturas aditivas e/ou multiplicativas. Portanto, torna-se relevante compreender a confiabilidade de tais estudos. Assim, a presente pesquisa intitulada: "Estratégias de resolução de problemas do campo aditivo: uma abordagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais" definiu por objetivo geral, investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas da rede municipal de educação do município de Teotônio Vilela-AL. Para isto, aplicamos um teste diagnóstico com 10 (dez) situações-problema abordando os conceitos de composição, transformação e comparação. Participaram da pesquisa 60 alunos com idade entre 9 e 11 anos, de três escolas da referida rede de ensino. Para fundamentar o estudo, recorremos ao aporte teórico de estudiosos e pesquisadores em educação matemática: Dante (2010); Polya (1995); Onuchic (1999); Onuchic *et al.* (2014), Magina *et al*. (2001; 2008); Santana (2012), Mendonça *et al*. (2007); Vergnaud (1996; 2014), além dos PCN (BRASIL, 1997; 1998) e a BNCC (BRASIL, 2017). Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso com viés exploratório, conforme às orientações de Gil (2009). Para a análise dos dados, utilizamos a técnica de análise de conteúdo (BARDIN, 2010). Os resultados alcançados revelaram que os alunos utilizaram diferentes estratégias para tentar solucionar os problemas propostos, a saber: algoritmo da adição; algoritmo da subtração; repetição de números do enunciado; estratégia pessoal, como o cálculo mental e uso de elementos pictóricos, além da opção em branco, deixando a questão sem nenhum esboço de resposta. Também se constatou que mesmo ao final dos anos iniciais do Ensino Fundamental (5ºano), os alunos demonstraram dificuldades no trato com situações do Campo Aditivo, exceto em relação às situações prototípicas. Pois, verificamos que a medida que as complexidades dos problemas aditivos aumentaram pelo avanço nas extensões, o percentual de acerto diminuiu. A investigação revelou ainda, que os erros dos alunos se deram tanto no cálculo numérico (32, 4 %), quanto no cálculo relacional (48,5%), e as questões sem nenhum esboço de resposta, denominada, " em branco", corresponderam a (19,1%) dos erros registrados pelos alunos. Diante dos resultados observados, estamos convictos de que um processo de formação continuada sobre o Campo Aditivo e a Teoria dos Campos Conceituais para os professores que ensinam matemática poderia ser de grande valia para superação dessa realidade. Quanto ao produto educacional, fruto desta dissertação, optamos pela elaboração de um artigo científico, uma síntese da presente pesquisa, intitulado " Resolução de problemas aditivos na escola: desvelando estratégias dos alunos à luz da Teoria dos Campos Conceituais". Neste artigo apresentamos todos os dados da pesquisa e a discussão sobre os resultados alcançados.

Palavras-chave: Matemática. Resolução de problemas. Teoria dos campos conceituais. Campo aditivo.

ABSTRACT

Systematic reviews of the literature on mathematical education studies and research have increasingly highlighted the importance of problem solving methodology in teaching and learning processes in this area. In this context, we highlight the contributions of the theoretical contribution of Gérard Vergnaud Theory of Conceptual Fields (1996), notably on the process of conceptualization and mastery of additive and / or multiplicative structures. Therefore, it is relevant to understand the reliability of such studies. Thus, this research entitled: “Additive Field Problem Solving Strategies: An Approach from a Conceptual Field Theory Perspective” defined as its general objective to investigate the additive problem solving strategies of 5th grade students in elementary schools of the municipal education network of the municipality of Teotônio Vilela-AL. For this, we applied a diagnostic test with 10 (ten) problem situations addressing the concepts of composition, transformation and comparison. Sixty students aged between 9 and 11 years old, from three schools of the referred school, participated in the research. To support the study, we resort to the theoretical support of scholars and researchers in mathematics education: Dante (2010); Polya (1995); Onuchic (1999); Onuchic and Allevato (2014), Magina *et al.* (2001; 2008); Santana (2012), Mendonça *et al.* (2007); Vergnaud (1996; 2014), in addition to the PCNs (BRAZIL, 1997; 1998) and the BNCC (BRAZIL, 2017). It is a qualitative research of the type case study with exploratory bias, according to the orientations of Gil (2009). For data analysis, we used the content analysis technique (BARDIN, 2010). The results revealed that the students used different strategies to try to solve the proposed problems, namely: addition algorithm; subtraction algorithm; repetition of numbers of utterance; Personal strategy such as mental calculation and use of pictorial elements, plus the blank option, leaving the question with no outline of answer. It was also found that even at the end of the early years of Elementary School (5th grade), students demonstrated difficulties in dealing with situations of the Additive Field, except in relation to prototypic situations. For we find that as the complexities of the additive problems increased as the extensions progressed, the hit percentage decreased. The investigation also revealed that the students' errors occurred both in numerical calculation (32.4%) and relational calculation (48.5%), and the questions with no answer outline, called “blank”, corresponded to (19.1%) of the errors recorded by the students. In view of the observed results, we are convinced that a process of continuous training on the Addictive Field and the Theory of Conceptual Fields for teachers who teach mathematics could be of great value to overcome that reality. As for the educational product, the result of this dissertation, we opted for the elaboration of a scientific article, a synthesis of the present research, entitled “Resolution of additive problems at school: unveiling students' strategies based on Theory of Conceptual Fields”. In this article we present all the research data and the discussion on the results achieved.

Key words: Mathematics. Troubleshooting. Conceptual Field Theory. Additive Field.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CA	Campo Aditivo
CC	Campo Conceitual
CNE	Conselho Nacional de Educação
EF	Ensino Fundamental
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PPGECIM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEMEC	Secretaria Municipal de Educação
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
UFAL	Universidade Federal de Alagoas
UNDIME	União dos Dirigentes Municipais de Educação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A presente dissertação está inserida na linha de pesquisa Saberes e práticas docentes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática PPGECIM – UFAL, e traz como temática de estudo a análise das estratégias de resolução de problemas do Campo Aditivo – CA, de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental – EF, de escolas públicas da rede municipal de educação de Teotônio Vilela-AL.

O referido município está localizado às margens da BR 101, região da Zona da mata, interior do Estado de Alagoas. Sua população atual, segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, é de cerca de 45.000 (quarenta e cinco mil) habitantes. No cenário educacional, o referido município vem se destacando entre os 102 municípios alagoanos pelos resultados do IDEB nas últimas edições, alcançando o 2º lugar em 2017 no ranking estadual nos anos iniciais, com a nota 6,9 e o 3º lugar referente aos anos finais, atingindo a nota 5,8 superando as metas estipuladas pelo INEP/MEC para 2021 que é de 4,9 e 4,5 para os anos iniciais e finais respectivamente.

Contudo, ainda é comum relatos entre os professores que ensinam matemática que dificuldades quanto à resolução de problemas do CA ainda persistem entre os alunos mesmo ao final do EF I. Além disso, os próprios dados da antiga Prova Brasil, agora denominada de prova SAEB, e testes padronizados, aplicados na referida rede de ensino, também corroboram com esta informação.

O campo conceitual das estruturas aditivas, foco central deste estudo, refere-se ao conjunto de situações que envolvem exclusivamente cálculos pertinentes a adições ou a subtrações (VERGNAUD, 1996). Nesse campo conceitual há uma variedade de conceitos inter-relacionados tais como: estado inicial, estado final, cálculo numérico, cálculo relacional, sucessor, antecessor, numeral, etc. Além de diversas situações que abrangem as variáveis do problema, por exemplo: ordenar, reunir, separar, juntar, acrescentar, transformar, comparar, além dos procedimentos algorítmicos para realização das operações (VERGNAUD, 1982 *apud* FIOREZE, 2016).

Para Santana *et al*. (2009), os conceitos que envolvem as operações de adição e de subtração, e consequentemente a resolução de problemas, são fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos, servindo de base para a apropriação de conhecimentos matemáticos posteriores em sua trajetória escolar.

Nesse contexto, Allevato *et al.* (2014) asseveram que a resolução de problemas é o "coração" da atividade matemática, e constitui a força propulsora para a construção de novos conhecimentos.

No entanto, estudos e pesquisas em educação matemática comprovam que os alunos têm apresentado certa dificuldade em resolver problemas, sobretudo em identificar e compreender as relações que se constituem entre os dados do problema, sendo este um importante desafio que gera muitas dúvidas para os mesmos. Entre elas, destaca-se a incerteza sobre qual operação deve realizar para solucionar o problema. Isto é evidenciado por perguntas do tipo: professor, é conta de mais ou de menos? (MAGINA *et al.*, 2001; 2008; ETCHEVERRIA, 2010).

Estes aspectos também tem sido alvo das observações do próprio pesquisador, em seu contexto profissional, seja enquanto professor dos anos iniciais, atuando em sala de aula, ou no serviço de coordenação pedagógica – funções que tem desenvolvido ao longo dos últimos 20 anos. Portanto, observou-se na prática e por meio de relatos dos professores nas escolas em que tem atuado profissionalmente, que os alunos geralmente apresentam certa dificuldade em resolver situações-problema, mesmo aqueles que já conseguem fazer cálculos numéricos por meio de continhas armadas de adição e/ou de subtração. Pois, ao serem confrontados com situações-problema, que presentam relações aditivas mais complexas, acabam não se saindo muito bem.

A Matemática sempre esteve presente nos processos de formação continuada do pesquisador, que possui formação inicial em Pedagogia, porém, sempre demonstrou um interesse particular pela área de matemática. Em razão disto, participou de vários cursos de formação voltados para o ensino e a aprendizagem da matemática, como exemplo pode-se citar o Curso de Formação continuada para professores de matemática no ensino fundamental, ofertado pela SEMEC/TV, em parceria com o Instituto Fênix de pesquisa e desenvolvimento sustentável, FENIX- BRASIL; O Pró-Letramento (programa de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental); PCNs na sala de aula, e recentemente teve sua participação no curso MATHEMA, ofertado pelo grupo FORMAR/Fundação Lemann, que visa a formação de professores multiplicadores sobre o ensino e aprendizagem de matemática, pautado na resolução de problemas, entre outros realizados em seu percurso profissional.

Ao ingressar no PPGECIM em 2017, já tinha a ideia de pesquisar sobre a resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais e durante a disciplina Metodologia da Pesquisa, a partir das discussões em aula e das orientações dos professores, foi delimitado o tema da presente pesquisa, focando na busca pela ampliação da compreensão sobre o campo conceitual aditivo e a resolução de problemas. Diante deste cenário, surgiu o presente estudo, cuja problemática principal é: Quais são as estratégias de solução de problemas aditivos utilizados pelos alunos de 5º ano de escolas públicas em Teotônio Vilela-AL, e o que estas estratégias revelam em termos de dificuldades e aprendizagem matemática destes sujeitos?

Com essa perspectiva, a presente pesquisa apresentou como objetivo principal, investigar sobre as estratégias de resolução de problemas do campo conceitual aditivo, utilizadas pelos alunos de 5ºano do Ensino Fundamental de escolas públicas de Teotônio Vilela-Alagoas.

Este objetivo central, conduziu a outros mais específicos, quais sejam: discutir sobre o papel da resolução de problemas enquanto recurso metodológico de ensino e aprendizagem matemática; explorar o campo aditivo na perspectiva da teoria dos campos conceituais; analisar as estratégias de resolução de situações-problema do campo do conceitual aditivo, utilizadas pelas crianças de 5º ano das escolas envolvidas na pesquisa e analisar os principais erros cometidos pelos alunos diante dos problemas propostos no instrumento da pesquisa (anexo 1), visando detectar as principais dificuldades apresentadas e vislumbrar possíveis propostas de intervenção para a superação de tais dificuldades.

Etcheverria (2010) assevera que, embora as operações de adição e subtração sejam trabalhadas em todas as etapas dos anos iniciais, ainda assim, têm sido fonte de dificuldades para os alunos. Por esse motivo, o campo aditivo, tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores (VERGNAUD, 1996; MAGINA *et al.*, 2001; 2008, SANTANA, 2010), entre outros.

O presente estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa, do tipo estudo de caso com viés exploratório, em que aplicamos um teste diagnóstico com 10 situações-problema do campo aditivo, envolvendo as ideias de composição, transformação e comparação. Para a análise dos dados, utilizamos a Técnica de Análise de Conteúdo, segundo o aporte teórico de Bardin (2010).

Quanto à estrutura de apresentação desta dissertação, a mesma encontra-se organizada em 4 capítulos. No primeiro capítulo, abordamos sobre a resolução de problemas matemáticos, sua importância no contexto do ensino e aprendizagem, os conceitos e definições pertinentes a esta temática e a diferenciação entre exercício e problema no contexto escolar, além de realizar uma discussão sobre a matemática nos anos iniciais, retratada nos PCNs e na BNCC. Para uma maior compreensão sobre o tema, recorremos ao aporte teórico de autores como: Costa (2007), Dante (1998; 2010), Etcheverria (2010), Onuchic (1999), Polya (1995; 2006), Pozzo (1998), Smole e Diniz (2010; 2016), Toledo e Toledo (2009), Vergnaud (1996; 2014), além dos PCNs para o ensino de matemática (BRASIL, 1997; 1998; 2001), e da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) entre outros.

No segundo capitulo, abordamos o campo aditivo-CA, ancorados no aporte teórico da Teoria dos Campos Conceituais-TCC, em que apresentamos as discussões sobre os aspectos fundamentais da referida teoria, suas premissas e conceitos-chave, bem como, a classificação e categorização dos problemas e as relações aditivas de base que envolve este campo conceitual de acordo com Vergnaud (1996; 2014) e os estudos de Magina *et al.* (2001; 2008) e Santana (2012). Apresentamos, ainda, uma breve revisão de literatura que aponta a importância e utilização da referida teoria em estudos e pesquisas sobre educação matemática e a resolução de problemas aditivos nos anos iniciais.

No terceiro capitulo, esboçamos os procedimentos metodológicos da pesquisa, também, aclaramos o que vem a ser uma pesquisa qualitativa e a modalidade estudo de caso com viés exploratório. Apresentamos também, o cenário da pesquisa, os sujeitos participantes, o instrumento utilizado para coleta de dados e a técnica de análise empregada.

No quarto capítulo, apresentamos a análise e discussão dos resultados da pesquisa, revelando os dados quantitativos referentes às estratégias utilizadas nas soluções dos problemas e sobre o desempenho dos alunos por turma, em cada problema, bem como a análise qualitativa dos principais erros cometidos pelos alunos nas soluções dos problemas propostos no instrumento da pesquisa.

Finalmente, apresentamos as considerações finais, enfatizando o percurso realizado pelo pesquisador no desdobramento da pesquisa e os conhecimentos alcançados sobre o tema objeto deste estudo e algumas indicações propositivas para estudos futuros relacionados ao tema desta pesquisa. O produto final consiste em um artigo síntese deste estudo e o mesmo é parte integrante da presente dissertação.

2 **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

A resolução de problemas é um tema central no ensino de matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014). Preparar os alunos para desenvolverem a capacidade de resolver problemas é um dos objetivos primordiais no ensino de matemática. A metodologia de resolução de problemas representa um caminho eficiente e bastante frutífero no desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos (ONUCHIC, 1999).

A resolução de problemas fundamenta-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que requer dos alunos uma postura ativa ou um empenho para buscar suas próprias respostas, através do seu próprio conhecimento. O trabalho em sala de aula com base na solução de problemas implica desenvolver nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes (ECHEVERRÍA; POZO, 1988).

Deste modo, ao se ensinar por meio da resolução de problemas, o professor contribui para que seus alunos desenvolvam a capacidade de aprender a aprender, tornando-os capazes de buscar por si próprios, as respostas às questões que os inquietam, sejam no contexto escolar em situações de vida cotidiana, ao invés de esperar respostas prontas.

2.1 **Problemas matemáticos: conceitos e definições**

Em nosso dia a dia a palavra problema é associada genericamente a algum tipo de obstáculo ou dificuldade diante de uma situação que exige do indivíduo uma reflexão para a devida solução. Uma definição plausível de problema que é compactuada entre muitos educadores e pesquisadores matemáticos nos é apresentada por Lester (1977 apud DANTE, 2010) Para o autor, “[...] problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve a solução [...]” (LESTER, 1977 *apud* DANTE, 2010, p. 12), enquanto que para Onuchic (1999, p. 208), uma situação problema pode ser definida como sendo “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver [...]”.

Diante do exposto, o que caracteriza um problema, é a situação cuja resposta não é conhecida de antemão, contudo, se deseja alcançá-la. Seguindo este mesmo raciocínio, Reis (2006, p. 70), explica-nos que “[...] um problema é uma situação que mobiliza o indivíduo em busca de uma solução. Já um problema matemático, é uma situação que necessita do pensar e do conhecimento matemático para solucioná-lo”. Em outras palavras, um problema matemático na escola, pode ser entendido como toda situação que exija do aluno o exercício do pensamento, raciocínio lógico, e que seja ao mesmo tempo desafiante e motivadora, conduzindo-o a buscar a solução. Tudo isto contribui para a construção e compreensão dos conceitos matemáticos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs de matemática (BRASIL, 1997) já postulavam que “Um problema é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (BRASIL, 1997, p.33). Porém, do modo como geralmente são apresentados em sala de aula, as situações propostas podem não se configurar como verdadeiros problemas, sobretudo, quando não representam um desafio para o aluno, nem apresenta a necessidade de validação da (s) estratégia (s) utilizada (s) no processo de solução. Na verdade, situações dessa natureza são apenas exercícios de treinamento ou fixação do conteúdo estudado.

Dante (2010) adverte-nos que o que representa um problema para um indivíduo, pode não ser para outros. Em outras palavras, o que representa um problema num certo contexto pode não representar em um outro. Desse modo, ao propor a resolução de problemas em sala de aula, o professor precisa levar em conta o nível de desenvolvimento intelectual e a bagagem de conhecimentos que seus alunos possuem, tendo em vista que uma mesma situação poderá representar um problema para um aluno e para outro não.

Partindo deste entendimento, podemos dizer que o sujeito estará diante de uma situação-problema quando está diante de um desafio, apresenta-se motivado a superá-lo, mas não é capaz de fazê-lo de imediato. Para isto, precisará refletir, analisar a situação, desenvolver e testar suas hipóteses e utilizar diferentes estratégias ou procedimentos para buscar a solução almejada (DANTE, 2010). Há, no entanto, outras definições plausíveis sobre o termo problema, por exemplo, Walle (2009) define problema como sendo “[...] qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método específico de solução” (WALLE, 2009, p. 57). Contudo, um bom problema matemático, deve ser capaz de instigar o aluno a resolvê-lo. Logo, o problema precisa ser interessante, criativo e desafiador, capaz de aguçar o raciocino matemático dos alunos, caso contrário, não provocará nele o desejo em resolvê-lo.

É importante salientar que há diferenças significativas entre exercícios e problemas. Ambos permeiam o universo do ensino e da aprendizagem matemática na escola, porém, cada um tem suas especificidades, objetivos e aplicações, como veremos na próxima seção.

2.2 **Problema X Exercício: ponderando reflexões**

No cenário escolar é comum o emprego dos termos exercício e problema, para designar uma mesma situação didática, no entanto, para os especialistas e educadores matemáticos (ONUCHIC, 1999; DANTE, 2010; ETCHEVERRIA 2010 entre outros) há uma diferença significativa entre estes termos e sobre a importância destes no ensino aprendizagem de matemática. Cada um destes termos tem sua finalidade, importância e aplicação no contexto do ensino de matemática. Muitas vezes, os professores priorizam o trabalho com exercícios nos quais o objetivo é aprender a realizar cálculos, aplicando regras e/ou algoritmos, anteriormente ensinados, para consolidar ou fixar o conteúdo já trabalhado.

A proposta da metodologia de resolução de problemas vai além do treino de regras ou aplicação de uma técnica, ou apenas com a identificação de qual operação se resolve o problema. Sobre este aspecto, Pozo (1998, p.14) explica-nos que o trabalho com situações-problema em sala de aula vai além da resolução do mesmo em si:

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta (POZO,1998, p.14).

Partindo desse pressuposto, defendemos ser importante o professor utilizar do conhecimento que esses alunos já possuem e o contexto no qual estão inseridos, pois, a compreensão da resolução de situações problemas envolve a ideia de que para compreender é preciso também relacionar (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 89).

Segundo Dante (1988), há um grande dilema ainda por ser superado quanto à resolução de problemas no ensino de matemática. Se por um lado, há o reconhecimento entre educadores matemáticos sobre a importância da resolução de problemas como recurso metodológico para o ensino nesta área, por outro, temos que a abordagem da resolução de problemas na sala de aula, não tem sido feita de forma adequada. E, por isso, os resultados dos alunos neste aspecto ainda estariam muito abaixo do esperado, haja vista que muitos alunos, embora consigam aplicar e resolver cálculos numéricos por meio dos algoritmos, não conseguem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos (DANTE, 2010). Esse fato pode estar diretamente relacionado à forma como os problemas matemáticos são abordados pelos professores em sala de aula e como eles geralmente são apresentados nos livros didáticos. Em muitos casos não passam de exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados anteriormente, para testar se o aluno saberá reproduzir os procedimentos, técnicas e algoritmos ensinados em situações semelhantes (GUIMARÃES, 2009).

No ensino de matemática é preciso ter clareza do que realmente se configura como um problema e o que é apenas um exercício de 'treinamento' e demonstração do que já foi apreendido e dominado pelo aluno. Neste sentido, Pozo (1998, p.16) explica-nos que, "[...] um problema se diferencia de um exercício, na medida em que, no último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam de forma imediata à solução". Assim, a aplicação de exercícios tem sido uma prática comum nas salas de aulas, ou seja, culturalmente, ainda encontramos a prática de proposição de uma bateria de exercícios ao final de um tópico explicado pelo professor, tendo como propósito, verificar se o aluno sabe repetir as técnicas e procedimentos trabalhados (Ibid., 1998). Em muitos contextos o aluno já possui o devido domínio e conhece, de forma mecânica, o caminho para alcançar a solução de forma imediata (VERGNAUD, 2014). Assim sendo, a situação proposta não traz algo novo, não apresenta um obstáculo real, um desafio que exija a reflexão, o raciocínio e instigue o aluno a buscar estratégias diferenciadas para encontrar a resposta. Logo, tal prática pode não representar um problema para o aluno.

Contribuindo com essa discussão, Dante (2010) distingue exercício e problema da seguinte maneira:

> Exercício como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Já a situação problema (...) é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e

> não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta solução. A solução de um problema (...) exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (DANTE, 2010, p. 48).

Pozo (1998), ao caminhar na perspectiva de Dante (2010), explica que as tarefas, em que apenas se exige a aplicação de uma fórmula logo após ter sido explicada em aula, ou após uma lição na qual ela aparece de forma evidente, não se configuram como problemas, são apenas exercícios para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e/ou procedimentos que serão úteis na solução de situações-problema posteriores. Assim, um bom problema, caracteriza-se pela capacidade de instigar o aluno a resolvê-lo, ser interessante, criativo, além de apresentar algum desafio para aluno, pois do contrário ele não se sentirá motivado para resolvê-lo.

De maneira geral, pode-se dizer que o exercício é uma atividade que induz o aluno a utilizar um conhecimento matemático já estudado e aprendido como é caso da aplicação de algum algoritmo ou fórmula. Ele se caracteriza como um procedimento padrão, em que o aluno tem certo domínio para alcançar o resultado ou tem memorizado o mecanismo resolutivo. Via de regra, nesses casos, o aluno não necessita decidir sobre o procedimento a utilizar, basta-lhe aplicar uma fórmula. Assim sendo, o exercício serve objetivamente para consolidar e automatizar técnicas, habilidades e procedimentos. Já os problemas, por sua vez, exigem maior reflexão, questionamentos e tomadas de decisão (POZO, 1988).

Um problema matemático, conforme já explicitado, trata-se de uma situação na qual se procura algo desconhecido e o aluno não tem nenhum algoritmo prévio que garanta a sua resolução. Logo, a resolução de problemas sugere que o aluno busque estratégias alternativas e crie, com base nos conhecimentos que já possui, o caminho que o conduza a solução da questão sem se restringir a pura aplicação ou repetição de uma fórmula ou algoritmo. Esse processo envolve o desenvolvimento de algumas etapas fundamentais, a saber: compreensão do problema, a criação de uma estratégia de resolução, a execução desta estratégia e a revisão da solução (DANTE, 1998).

É preciso porém, que o professor, planeje bem suas sequências de ensino, e organize as atividades tendo em mente quais objetivos pretende alcançar em sala de aula, tanto nos casos em que deseja aplicar alguma técnica ou conceito desenvolvido, que é o caso do trabalho com exercícios de fixação e/ou verificação da aprendizagem ou para trabalhar situações que exijam do aluno maior reflexão, raciocínio lógico, estimativas como é caso de problemas abertos, em que há mais de uma solução possível, e diferentes possibilidades para se chegar ao resultado esperado. O que importa, portanto, é moldar o planejamento das atividades a serem trabalhadas em conformidade com o que se pretende alcançar em termos de aprendizagem com os alunos.

Em síntese, uma maneira eficiente para organizar um bom repertório de atividades matemáticas para trabalhar em sala de aula, é realizar uma seleção cuidadosa das situações-problema a serem exploradas com os alunos, formulando tarefas que os conduza a pensar sobre o próprio pensamento, por meio de variadas situações.

2.3 **Resolução de problemas na matemática escolar**

A matemática, enquanto componente curricular, está presente em todas as etapas da educação básica e desempenha um papel de grande relevância na formação dos sujeitos, contribuindo para compreensão do mundo em que vivem. O conhecimento matemático ajuda a desenvolver a autonomia, a capacidade de trabalhar cooperativamente e sobretudo, potencializar os indivíduos para a resolução de problemas (CAVALCANTE, 2013).

Nesse contexto, Onuchic e Allevato (2004) nos asseguram que a prática de resolução de problemas constitui um caminho viável e frutífero no ensino da Matemática, instigando o aluno a prever, abstrair, argumentar, analisar, justificar, e a relacionar as observações que realiza ao se debruçar na solução de um problema. Desenvolvendo assim, seu raciocínio lógico-matemático e outras competências que vão além do universo matemático-escolar. Nesse contexto, a BNCC (BRASIL, 2017) enfatiza que a resolução de problemas assume papel central nos processos de ensino e aprendizagem matemática em toda educação básica, desde os primeiros anos do ensino fundamental.

Pesquisadores em educação matemática (POZO, 1998; POLYA, 2006; PALHARES, 2005; COSTA, 2007; SMOLE; DINIZ, 2010; ETCHEVERRIA, 2010; VERGNAUD, 1996; 2014; ONUCHIC *et al.,* 2014) compartilham a ideia de que a resolução de problemas no ensino de matemática representa um objetivo de maior importância, o qual será atingido através da ação efetiva do aluno no enfretamento de diferentes situações dentro de sua própria vivência, aguçando sua curiosidade e desafiando os conhecimentos já consolidados mediante o processo de busca e desenvolvimento de estratégias que conduzam à solução eficaz da situação enfrentada.

Para Polya (1995; 2006), o problema pode ser simples, mas se for capaz de apresentar um desafio e despertar a curiosidade do aluno, colocando em jogo suas capacidades inventivas e investigativas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Neste sentido, o professor tem papel crucial nesta tarefa, podendo fazer a grande diferença entre simplesmente exercitar o aluno em situações triviais e rotineiras, ou despertar nos estudantes o prazer de pensar e realizar descobertas de forma autônoma e eficiente.

Sobre o papel do professor no trato com a resolução de problemas, Polya (1995) é enfático ao dizer que:

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe os desenvolvimentos intelectuais dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1995, p. 5).

Desse modo, na proposição de resolução de problemas na sala de aula, a ênfase deve ser dada ao processo, e não apenas no resultado final, permitindo assim, o surgimento de diferentes resoluções, promovendo a comparação entre si, o questionamento sobre as respostas encontradas testando sua validade e, assim, conseguir ampliar a capacidade de ação do aluno diante das situações enfrentadas e, com isso, poder avançar em seu processo de aprendizagem.

Palhares (2005, p. 12) explica-nos que, “[...] a capacidade para ter sucesso não está diretamente ligada ao conhecimento dos conteúdos, mas depende também da experiência e conhecimento das próprias capacidades e limitações de cada um. Este processo envolve conceitos, procedimentos e raciocínios”. Nesse sentido, Vergnaud (1996; 2014) esclarece-nos que, ao se trabalhar com a resolução de problemas na matemática escolar, faz-se necessário desestabilizar os alunos para que eles possam avançar em seus questionamentos, coloquem à prova os procedimentos e conceitos apreendidos anteriormente aplicando-os na situação nova.

No entanto, essa desestabilização não pode ser excessiva sob pena de o aluno se sentir desmotivado, desencorajado para se engajar na busca pela solução. Ponderamos assim, a necessidade de práticas de resolução de problemas que considerem os sujeitos da aprendizagem.

Os PCNs de matemática (BRASIL, 1998) já apontavam que dentre as finalidades do ensino de matemática e os objetivos para o ensino fundamental, que os alunos fossem capaz de resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas diferenciadas de raciocínio e processos, tais como: dedução, estimativa, indução, intuição, analogia, fazendo uso dos conceitos e procedimentos matemáticos, inclusive, fazendo uso de instrumentos tecnológicos quando necessário (BRASIL, 1998).

É inegável a importância do trabalho com a resolução de problemas na educação matemática, desde o início da escolarização das crianças. Essa prática constitui um caminho viável para o ensino nesta área. Assim, é fundamental incentivar os alunos a resolver problemas, isto supõe estimulá-los a aprender a aprender e a desenvolver capacidades inerentes ao pensamento crítico e autônomo (SMOLE; DINIZ, 2016).

Apesar da explícita importância da resolução de problemas na educação matemática, nota-se que ainda estamos distantes de um resultado satisfatório neste aspecto. É comum, professores relatarem que os alunos apresentam dificuldades quanto à resolução de problemas ou apresentam uma certa aversão a este tipo de atividade. Isto se dá em função da maneira como os problemas são geralmente apresentados aos alunos, sobretudo nos anos iniciais da escola fundamental: sempre há exatamente todas as informações necessárias e suficientes para resolvê-los (TOLEDO; TOLEDO, 2010). Nestes casos, todo problema tem uma solução e a solução é única. Para estes autores (Ibid.) esta prática impede que as crianças exercitem o pensamento reflexivo sobre a situação, que busquem caminhos diferentes para se chegar a solução, que acionem estratégias próprias para resolver a questão.

Diante deste cenário, é urgente a necessidade de se ultrapassar a abordagem tradicional de resolução de problemas com foco na aplicação pura e simples dos algoritmos e operações e direcionar o foco para os aspectos e procedimentos que são acionados pelos alunos na busca pela solução do problema. Pois, a educação deve buscar a formação integral do ser humano, tornando-o apto a analisar e criticar o imenso volume de informações que recebe constantemente, sendo capaz de selecionar aquelas que lhes serão úteis em determinado contexto de sua vida diária (ECHEVERRÍA; POZO, 1988).

Segundo Smole e Diniz (2016), a matemática e a resolução de problemas são duas ideias que caminham sempre juntas. Assim, não seria adequado, possibilitar o ensino e a aprendizagem matemática se não for para desenvolver nos alunos habilidades e competências para resolver problemas; em contrapartida, a resolução de problemas, sempre envolve alguma forma de pensar matematicamente. Os diferentes tipos de problemas matemáticos, a serem propostos aos alunos, devem exigir análise, alguma estratégia de solução e que após sua execução, seja avaliada, verificando se a mesma conduziu à solução satisfatória da situação-problema enfrentada.

A matemática e a resolução de problemas estão intrinsecamente relacionadas. Mas é preciso uma abordagem adequada, caso contrário, como já dito, corre-se o risco de limitar o conhecimento matemático ao acúmulo de regras, procedimentos técnicos, utilização de algoritmos formais para se fazer cálculos de forma mecânica e repetitiva sem a devida reflexão sobre os processos envolvidos na solução dos problemas.

A resolução de problemas é objeto central do ensino de matemática, esta concepção já era defendida nos PCNs (BRASIL, 1997) e agora na BNCC (BRASIL, 2017), esta ideia permanece e ganha força, fazendo-se presente em suas orientações sobre o ensino e a aprendizagem matemática em toda educação básica, desde os anos iniciais do EF. No entanto, não se trata de ensinarmos matemática aos alunos para depois resolverem problemas, mas sim, utilizar a resolução de problemas para que os alunos avancem na aprendizagem matemática. Contudo, estas ações ou competências não são excludentes, mas complementares, de modo que se ensina matemática para resolver problemas e resolve-se problemas para desenvolver a aprendizagem matemática (ONUCHIC 1999; DANTE, 2010).

Para esses autores (ONUCHIC 1999; DANTE, 2010) o recurso à resolução de problemas no ensino de matemática estimula o aluno a desenvolver sua atitude problematizadora, levando-o a refletir e questionar sobre o problema enfrentado e sobre a sua própria resposta. Com essa prática, espera-se que o aluno seja capaz de transformar um determinado problema numa fonte de novos problemas. Esta concepção didática evidencia o ensino e aprendizagem matemática para além da mera reprodução de conhecimentos, dando ênfase à ação refletida que conduz o aluno na construção do conhecimento.

Toledo e Toledo (2009) concordam quanto ao papel fundamental da resolução de problemas no ensino e aprendizagem matemática como um recurso crucial no desenvolvimento do raciocínio reflexivo dos alunos. Diante do exposto, fica claro que a proposta de ensino baseada na resolução de problemas vai "[...] além de uma simples metodologia, ou conjunto de orientações didáticas, a resolução de problemas é uma postura pautada pela investigação, pelo inconformismo e pela problematização" (SMOLE; DINIZ, 2016, p.12).

Assim sendo, é indispensável que o professor apresente diferentes situações-problema, para que o aluno possa desenvolver seu repertório de estratégias, questionando a validade destas, na situação enfrentada e posteriormente em outras situações semelhantes. Este processo conduz o aluno a reorganizar os conceitos e habilidades matemáticas apreendidos para aplicá-los em uma nova situação, buscando atingir seu objetivo (VERGNAUD 1996; 2014).

Este tema teve grande destaque nos PCNs (BRASIL, 1997; 1998; 2001) os quais apontaram alguns princípios importantes para o ensino de matemática e a resolução de problemas:

> ➢ O ponto de partida da atividade matemática, não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los.
>
> ➢ O problema certamente não um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula, ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.
>
> ➢ As aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferência, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática.
>
> ➢ O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações.
>
> ➢ A resolução de problema não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 2001, p.43).

Os professores que ensinam matemática, precisam compreender estes aspectos, procurando fazer a transposição didática dos mesmos em sala de aula, e assim, conseguir bons resultados de aprendizagem matemática com seus alunos. Esta concepção de ensino fundamentada na resolução de problemas não enfatiza ou se limita a repetição ou reprodução de conhecimentos, mas sim, a valorização da ação-reflexão que conduz a uma aprendizagem mais sólida e significativa.

Polya (2006) estabelece quatro etapas básicas ou procedimentos a serem executados na resolução de problemas, são elas:

> Compreensão do problema – é preciso compreender o problema. Estabelecimento de um plano – precisamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Quando esta conexão não é visualizada de forma imediata podemos considerar problemas auxiliares. Execução do plano – o plano deve ser executado. Retrospecto – a solução obtida precisa ser analisada. (POLYA, 2006, p.4)

Contudo, é importante reforçar, que para instigar o pensamento do aluno sobre a situação dada, é fundamental que o professor ao propor o problema, faça questionamentos pertinentes, de tal maneira que leve os alunos a analisar detalhes da situação, antes despercebidos, contribuindo para o entendimento e resolução da questão.

A Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2017) para o ensino fundamental, na área da matemática, também dá relevância à resolução de problemas como elemento central, em favor do processo de ensino e aprendizagem e apresenta as seguintes expectativas de aprendizagem para os alunos dos anos iniciais:

> Resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras (BRASIL,2017, p.266)

A BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está profundamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações na solução de problemas teóricos ou práticos, escolares ou do cotidiano dos alunos (BRASIL, 2017).

Desse modo, o ensino-aprendizagem matemática defendida na BNCC (BRASIL, 2017) vai além da resolução do problema, espera-se também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Temos aí, uma preocupação com o desenvolvimento potencial dos alunos em refletir sobre os problemas, agindo sobre eles com autonomia, análise crítica e a capacidade de utilizar os conceitos matemáticos apreendidos, em diferentes contextos e situações, com autonomia e liberdade para executar seus procedimentos e estratégias de solução.

Dante (2010) apresenta os objetivos que considera importantes ao ensinar matemática através da Resolução de Problemas:

> (1) fazer o aluno a pensar produtivamente; (2) desenvolver o raciocínio do aluno; (3) ensinar o aluno a enfrentar situações novas; (4) dar ao aluno a oportunidades de se desenvolver com as aplicações Matemáticas; (5) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras; (6) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas; (7) dar uma boa base matemática às pessoas e, (8) fazer o aluno pensar produtivamente (p.18-23)

Os objetivos destacados por Dante (2010) resumem muito bem a finalidade pedagógica do ensino de matemática, através da resolução de problemas, em que se busca entre outras competências desencadear o potencial criativo nas crianças. Embora não se tenha uma maneira de ensinar as crianças como devem pensar produtivamente diante de um problema, o mais importante é oferecer a ela oportunidade para pensar matematicamente e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo.

A partir do exposto, compreende-se que resolver um problema é muito mais que efetuar um cálculo numérico, significa essencialmente ser capaz de estabelecer relações e apresentar uma solução adequada a uma situação nova e desafiadora. De acordo com Dante (2010), resolver problemas proporciona benefícios relevantes aos alunos, tais como: ajuda a desenvolver o seu raciocínio; desenvolve a autonomia na busca de estratégias diferenciadas, atribui sentido às soluções do problema, despertando o interesse na busca de soluções aceitáveis e, sobretudo, contribui para a formação de conceitos matemáticos. Por fim, todos estes aspectos contribuem para a melhoria da aprendizagem matemática por parte dos alunos.

2.4 **Matemática e a resolução de problemas nos anos iniciais: Um olhar sobre os PCNs e a BNCC**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais PCNs foi um importante documento que serviu para nortear a organização curricular da educação básica no Brasil, tendo grande relevância no cenário educacional brasileiro, durante duas décadas, desde 1997 até a homologação Base Nacional Comum Curricular BNCC em 2017.

Os PCNs (BRASIL, 1997) trouxeram, em seu contexto, uma análise sobre o Ensino de Matemática no Brasil, e considerações sobre o conhecimento matemático e os processos de ensino e de aprendizagem no Ensino Fundamental. Também foram apresentados os objetivos gerais, os conteúdos de Matemática e a avaliação na Matemática no Ensino Fundamental, bem como os princípios norteadores para o trabalho a ser desenvolvido nesta etapa da educação básica no Brasil, princípios estes que vigoraram até a aprovação da BNNC em 2017.

Os conteúdos de matemática nos PCNs estavam organizados em quatro blocos, ou eixos temáticos, a saber: Números e operações (Aritmética e Álgebra); Espaço e formas (Geometria); Grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria); Tratamento da informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade). Temos então, que as orientações dos PCNs foram pensadas promover a organização das situações de ensino e de aprendizagem, considerando as conexões entre as diferentes áreas da Matemática.

O referido documento tinha, como propósito fundamental, apresentar orientações aos professores, visando a possibilidade de organização de um currículo que trouxesse mais igualdade no ensino em todo o país, independentemente da localização geográfica e as condições socioeconomicas e culturais de cada região da nacionalidade. Dentre os seus objetivos, a resolução de situações-problema e a utilização do pensamento lógico encontravam-se entre as principais capacidades almejadas para os alunos do Ensino Fundamental no tocante a aprendizagem matemática.

Desenvolver o gosto pela Matemática e o incentivo aos procedimentos de buscas exploratórias, desenvolvendo uma atitude investigativa diante de situações-problema propostas pelo (a) professor (a), foram ideais que permearam a proposta dos PCNs de matemática para o ensino fundamental, trazendo uma visão mais ampla do que é ensinar e aprender em Matemática (BLUMENTAL, 2019).

A resolução de situações-problema passou a ganhar maior destaque a partir dos PCNs, pois até então, esta metodologia não vinha recebendo a atenção necessária no contexto do ensino de matemática, conforme já indicava o referido documento, no seguinte trecho:

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculo com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1997, p. 42).

Neste sentido, os PCNs já apontavam a necessidade de se romper com práticas de ensino de matemática, pautadas na memorização de regras e conceitos e na repetição mecânica de exercícios para dar espaço a novas tendências, valorizando a participação ativa do aluno na construção do conhecimento.

Cavalcanti (2001) constatou em seus estudos que o trabalho com problemas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, geralmente, ocorre após a apresentação das operações matemáticas, fato este, decorrente da “crença” de muitos professores de que o aluno primeiro precisa dominar as técnicas operatórias para então, ser capaz de resolver problemas. Ou seja, para estes professores, primeiro deve-se aprender matemática para então, o aluno passar a resolver problemas. Porém, de acordo com a proposta de metodologia de resolução de problemas apresentada nos PCNs e, defendida por autores e pesquisadores como Onuchic e Allevato (1999), o caminho pode ser o inverso, conduzir à aprendizagem, tendo a resolução de problemas como o ponto de partida da atividade matemática.

Os PCNs de Matemática apontaram alguns princípios importantes para um bom trabalho com Resolução de Problemas, são eles:

> I – a situação-problema deve ser o ponto de partida para o ensino de matemática; II – o problema não tem sua solução a partir da aplicação mecânica de uma determinada fórmula, ele é resolvido por meio de estratégia de resolução arquitetadas após a interpretação e inferências realizadas sobre o seu enunciado; III – os conceitos matemáticos são construídos gradativamente por meio de analogias entre um problema e outro; IV – um conceito não está vinculado a uma única situação; V – uma situação não envolve um único conceito e VI – a resolução de problemas é uma orientação para a aprendizagem (BRASIL, 1997, p. 32-33).

E neste sentido, concordando com Vergnaud (1996), podemos falar na existência Campos Conceituais, a exemplo do Campo Aditivo e do Campo Multiplicativo. Para Onuchic

(1999), a Resolução de Problemas envolve aplicar a matemática ao mundo real, mas sem perder de vista o seu caráter de abstração e generalização que torna esta ciência tão fascinante e desafiadora. Sendo de grande importância, conduzir o aluno à construção de um amplo repertório de conhecimentos, para que se torne capaz de inter-relacionar conceitos atentando aos princípios fundamentais que os unifica.

De modo geral, podemos afirmar que os PCNs de Matemática, voltado para os primeiros ciclos do Ensino Fundamental, orientaram princípios enfatizando que as situações-problema são o ponto de partida para a construção dos conceitos. Neste sentido, a situação conduz à aprendizagem de conceitos que por sua vez formam um Campo Conceitual, neste contexto, são os conceitos que dão sentido às situações. Estes aspectos estão em consonância com princípios importantes da Teoria dos Campos Conceituais.

Dentre os objetivos Gerais apresentados nos PCNs para o ensino de matemática no Ensino Fundamental, destaco o seguinte:

> Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1997, p. 36).

Essa visão sobre o ensino e a aprendizagem matemática coloca o aluno no centro do processo educativo, agindo sobre o objeto do conhecimento, resolvendo as situações, testando a validade das respostas, fazendo estimativas e tantos outros procedimentos que favorecem a construção da sua aprendizagem.

Quanto aos objetivos específicos, apresentados pelos PCNs de Matemática, que deveriam ser alcançados nas séries iniciais do Ensino Fundamental no tocante a resolução de problemas e ao campo aditivo, no primeiro ciclo, seriam:

> Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração;
> Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema;
> Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais. (BRASIL, 1997, p. 50-51).

De acordo com Santana (2010), estes objetivos dão ênfase à construção de significados através das operações fundamentais, e a compreensão, por parte do aluno, sobre a utilização de uma mesma operação em situações diversas e também sobre a possibilidade de se resolver uma situação com o uso de diferentes operações.

Já no 2º ciclo, esperava-se que os alunos fossem capazes de:

> Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais;
> Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta. (BRASIL, 1997, p. 56-57)

Estes objetivos pretendiam consolidar nos alunos a compreensão sobre os significados das operações, tanto com os números naturais e em alguns casos com os números racionais, por meio da resolução de situações-problema. Entendendo que a resolução de problemas poderia ser um caminho produtivo e bastante frutífero para o alcance de tais objetivos.

Outro aspecto importante, subjacente a estes objetivos, é a ênfase dada sobre os procedimentos de resolução de problemas, tais como: a necessidade de o aluno interpretar e fazer as inferências sobre o enunciando da situação; a execução de um esquema de resolução; que os resultados encontrados sejam verificados; e, por fim, que sejam elaboradas respostas para a dada situação. No tópico a seguir, apresentaremos uma síntese da proposta da BNCC para o ensino e aprendizagem matemática do campo aditivo, por meio da resolução de problemas

2.4.1 Ensino e aprendizagem matemática: um olhar sobre a BNCC

A BNCC foi aprovada pelo Conselho Nacional de Educação – CNE em dezembro de 2017, passando a ser implantada nas escolas de educação básica e Ensino Fundamental, em todo cenário educacional brasileiro, a partir de 2018. Neste contexto, faz-se urgente um estudo sobre a mesma para que possamos compreender as novidades e os desafios a serem enfrentados diante das mudanças que este documento propõe.

Mas afinal o que é a BNCC? A BNCC é um documento de caráter normativo que determina o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de maneira que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, de acordo com o que prescreve o Plano Nacional de Educação - PNE (BRASIL, 2017). Va le ressaltar que o referido documento normativo se aplica excepcionalmente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, Lei nº 9.394/1996 (Ibid.).

A BNCC traz mudanças significativas no que concerne ao processo de ensino e de aprendizagem. Na verdade, é a primeira vez na história da educação brasileira, que um documento orienta os conhecimentos e as habilidades essenciais que devem ser desenvolvidos com os alunos, em cada etapa da educação Básica, no intuito de garantir o direito de aprender a todos os estudantes– ano a ano – durante toda a sua trajetória escolar (DINIZ, 2018).

No campo da Matemática, mudanças importantes foram promovidas pela BNCC em relação aos PCNs. No tocante aos anos iniciais, algumas das principais modificações foram: alteração da organização dos conteúdos, sendo incorporado um novo eixo temático, a Álgebra. Passando a ser trabalhado desde o primeiro ano do Ensino Fundamental; outra alteração aconteceu no eixo tratamento da informação, identificado agora como Estatista e Probabilidade, tais mudanças não se restringe apenas a nomenclatura, mas sim uma mudança na concepção sobre o ensino e sobre aprendizagem nessas áreas.

De maneira geral, todas as unidades temáticas de matemática passaram por mudanças na BNCC em relação aos PCNs. Contudo, iremos focar na unidade temática Números, por se tratar da unidade temática que se relaciona ao nosso tema de estudo.

Vejamos as principais mudanças promovidas pela BNCC em relação aos PCNs quanto à unidade temática Números no quadro comparativo a seguir:

Quadro 1 - Comparação sobre a unidade temática Números nos PCNs e BNCC nos anos iniciais do ensino fundamental

UNIDADE TEMÁTICA NÚMEROS
COMO ERA NOS PCNs
Esta unidade temática, estava inclusa no eixo de números e operações. Abrangia toda a parte de álgebra e propriedades operatórias, deixando de focar especificamente nos significados dos elementos numéricos e das operações.
COMO FICOU NA BNCC DO 1º AO 5º ANO
No contexto da BNCC, o foco desta unidade temática é levar o aluno a perceber a existência de

diversas categorias numéricas e compreender os diferentes significados das operações matemáticas, sendo capaz de construir estratégias de cálculo mental, sem necessariamente escrever os algoritmos.

Fonte: elaborada pelo autor, com base nos PCNs (BRASIL,1997) e na BNCC (BRASIL, 2017)

Desse modo, para realizar uma adição, o aluno precisa conhecer o que significa adicionar números, que é necessário por exemplo, somar unidades com unidades, dezenas com dezenas e centenas com centenas. Apresentar uma compreensão sobre o funcionamento do sistema de numeração decimal, além de conhecer alguns resultados de cor (como 4+6 = 10), e especialmente compreender que há o processo de reagrupamento, por exemplo: (7+8 = 15 que corresponde a 5 unidades e 1 dezena).

Do mesmo modo, ocorre em relação à subtração, sobre tudo, quanto a necessidade de o aluno ao utilizar o algoritmo formal (conta em pé ou na vertical), ser capaz de proceder com os reagrupamentos, trocando 1 (uma) dezena por 10 (dez unidades) ou uma centena por 10 dezenas para poder efetuar a operação, quando o valor expresso em alguma das ordens do minuendo for menor que o seu correspondente no subtraendo.

Destacamos dois pontos fundamentais da unidade temática Números, na BNCC, para os anos iniciais do ensino fundamental, inerentes à resolução de problemas. São eles: I – Os alunos precisam desenvolver a capacidade de resolver problemas abrangendo as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números naturais e racionais, bem como, compreender os diferentes significados dessas operações. II - Durante os processos de cálculos, espera-se que os alunos aprendam a utilizar diferentes estratégias para chegar ao resultado almejado, quer seja por estimativa e cálculo mental, ou por meio da aplicação de algoritmos formais (conta armada, por exemplo) ou ainda pelo uso de meios eletrônicos como as calculadoras.

A BNCC prevê ainda, que o aluno também desenvolva a capacidade para argumentar e justificar as estratégias utilizadas para a resolução de uma determinada situação-problema, bem como examinar, se os resultados encontrados satisfazem o problema proposto.

A BNCC apresenta a resolução de problemas como uma das macro-competências em busca do desenvolvimento do letramento matemático.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar,

> comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017 p. 264).

A resolução de problemas é um tema central na BNCC, reafirmando o que já era exposto no documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 1998) que também apontavam a resolução de problemas como peça fundamental no ensino da Matemática. Sobretudo, nos anos iniciais do ensino fundamental, compreendendo que o pensar e o fazer se desenvolvem quando o indivíduo está envolvido ativamente na superação de desafios, e a BNCC reafirma isto quando enfatiza que: a resolução de problemas é uma macro-competência que os alunos devem desenvolver ao longo de todo o Ensino Fundamental (ALVES; GUERRA, 2018).

Os PCNs (BRASIL, 1997) orientavam que o trabalho conjunto dos problemas aditivos e subtrativos, em função da estreita conexão entre a adição e a subtração, corroborando coma a ideia de campo conceitual, neste aso específico, o campo aditivo. O referido documento propunha que o estudo da adição e da subtração deveria acontecer ao longo dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. Dentre os conteúdos conceituais e procedimentais propostos pelos PCNs para os anos iniciais destacamos:

> Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração (BRASIL, 1997, p. 71)

Nota-se que a resolução de problemas aditivos nos anos iniciais e a compreensão do significado das operações de adição e subtração estavam comtemplados nos parâmetros curriculares como uma questão de grande relevância, e a BNCC também apresenta e reitera esta questão.

Em todo o percurso dos anos iniciais (1º ao 5º ano), a BNCC apresenta habilidades referentes ao campo aditivo a serem desenvolvidas com os alunos. No entanto, tendo em vista que a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. Assim, iremos nos limitar a apresentar no quadro 2, o que se espera que os alunos sejam capazes de realizar ao final do 5º ano, etapa do EF diretamente relacionado ao campo aditivo.

Note-se, que as habilidades matemáticas que os alunos precisam desenvolver não podem se restringir à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância.

Quadro 2 - Habilidade referente ao Campo Aditivo almejada na BNCC para o 5º ano

Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita	**(EF05MA07)** Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

No tocante ao cálculo é necessário acrescentar à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de realizar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, ser capaz de decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo. Neste sentido, a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente ligada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações (BRASIL, 2017).

De acordo com Diniz (2018), na BNCC, a ênfase da matemática está no letramento matemático, ou seja, a matemática em uso, a matemática na resolução de situações-problema e não no uso da técnica e das fórmulas. Assim, o mais importante é que aluno seja capaz de colocar em jogo os conceitos apreendidos em situações reais ou não, teóricas ou práticas, de modo que compreenda o que está realizando, de que modo realiza e por qual razão. Ou seja, é preciso encontrar sentido na matemática que se aprende na escola e compreender que ela pode contribuir para a compreensão do mundo no qual o sujeito está inserido.

Neste contexto, é necessário que se invista em atividades que desenvolvam o raciocínio, comunicação e a representação. Neste sentido a resolução de problemas e a investigação, são ferramentas essenciais para alcançar este importante objetivo que é o letramento matemático.

2.5 Alguns estudos sobre a aplicação da TCC no ensino e aprendizagem matemática do campo aditivo nos anos iniciais do EF

A Teoria dos Campos Conceituais tem dado grandes contribuições quanto aos processos de ensino e de aprendizagem em diversas áreas do conhecimento, especialmente no campo da Matemática (ETCHEVERRIA, 2010). Por exemplo, mostrou que as operações de adição e subtração possuem estreita conexão em termos de conceitos e processos de resolução, podendo ser consideradas como duas faces da mesma moeda. São na verdade operações complementares, pertencentes ao mesmo campo conceitual, o campo conceitual das estruturas aditivas (VERGNAUD, 1996).

Assim, os problemas do tipo aditivo são aqueles que por sua estrutura exigem tão somente as operações de adição ou subtração em sua solução. Além disso, Vergnaud (1996; 2014) e Magina *et al.* (2001) esclarecem que muitos problemas aditivos podem ser resolvidos tanto pela adição quanto pela subtração, o que contaria a ideia da anterioridade da adição em relação à subtração no currículo escolar, como tem sido tradicionalmente apresentada na organização e desenvolvimento do currículo escolar nos anos iniciais do ensino fundamental.

Investigações em educação matemática que se debruçam sobre os anos iniciais, como as de Etcheverria (2010), indicam que embora as operações de adição e subtração sejam trabalhadas desde o início do ensino fundamental, ainda, assim, é notável que muitos alunos apresentam dificuldades, mesmo depois de concluir o segundo ciclo do ensino fundamental I (5º ano). Este fato pode ser evidenciado pelos resultados das avaliações de larga escala realizadas em todo território nacional, como por exemplo, a prova Brasil, hoje nomeada de prova SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica). Os resultados dessas avaliações apontam que os alunos apresentam dificuldades quanto à resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas básicas. Por essa razão, a resolução de problemas que envolvem a adição e a subtração (campo aditivo) tem sido um importante foco de estudo de diversos pesquisadores (ETCHEVERRIA 2010; MAGINA *et al.,* 2001; 2008; 2010; SANTOS; SANTANA 2010; VERGNAUD, 1996), entre outros.

Em um breve levantamento de estudos sobre a literatura referente à resolução de problemas e sobre o campo aditivo, destacamos alguns estudos relevantes, estas pesquisas procuram evidenciar e analisar os níveis de aprendizagem sobre a resolução de problemas e grau de domínio dos conceitos aditivos de alunos do EFI.

Mendonça *et al*. (2007) desenvolveram um estudo sobre o domínio das estruturas aditivas. Participaram 1803 estudantes de 1º a 4º série (hoje 2º a 5º anos) de escolas públicas de dois estados brasileiros, São Paulo e Bahia, neste estudo as pesquisadoras utilizaram como instrumento de coleta de dados, um teste diagnóstico contendo 12 problemas envolvendo adição e subtração, para os alunos resolverem, nos quais eles poderiam utilizar apenas lápis e papel. O estudo utilizou como referencial a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1993; 1996). Os problemas propostos no instrumento envolveram as ideias de composição, transformação e comparação de medidas, utilizando valores numéricos pequenos (MAGINA, *et al.*, 2001).

Os resultados alcançados revelaram que há um aumento nas taxas de acertos à medida que as crianças avançam quanto ao nível de instrução, porém em escalas diferentes nos dois estados. Constatou-se também, que mesmo estudantes da 4º série (hoje 5º ano) ainda podem apresentar dificuldades em resolver problemas que envolvem as operações de adição e subtração que apresentam estruturas aditivas mais complexas.

Nunes *et al*. (2009), em seu livro sobre os números e as operações numéricas, expõem resultados de uma pesquisa que analisa o desenvolvimento dos esquemas de ação e a formação dos conceitos operatórios da adição e subtração (campo aditivo). Essa pesquisa foi realizada com estudantes das quatro séries iniciais, correspondente hoje aos iniciais (1º ao 5º ano) em escolas públicas no Estado de São Paulo e explorou situações-problema abordando as ideias de composição, transformação e comparação. Para a coleta de dados, foi proposto aos alunos a resolução individual de 03 (três) problemas simples de relações entre o todo e suas partes, 02 (dois) problemas inversos de relação parte-todo e 02 (dois) problemas comparativos, todos os problemas traziam números pequenos com até 2 dígitos. Os resultados apontaram que "[...] há três esquemas de ação relacionados ao raciocínio aditivo: juntar, retirar e colocar em correspondência um-a-um. Cada um desses esquemas é usado pela maioria das crianças na vida diária para resolver problemas mesmo antes que elas ingressem na escola. " (NUNES *et al*., 2009, p. 55). Para os autores (Ibid.), estes resultados direcionam para a necessidade de uma mudança nos objetivos do ensino de matemática no 1º ciclo do EF. De modo que, ao invés de ensinar a adição e a subtração, mantenha-se o foco em promover a coordenação entre os três esquemas de ação ligados a esses conceitos.

Etcheverria (2010) em sua pesquisa intitulada "campo conceitual aditivo: algumas considerações sobre o desempenho de estudantes da região de Amargosa – BA" O estudo foi fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990; 1996), com foco no

Campo Conceitual Aditivo. Em sua pesquisa, foi aplicado um instrumento diagnóstico com 18 problemas de adição e subtração aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na cidade de Amargosa – Bahia. Participaram da pesquisa, trezentos e trinta e um (331) alunos distribuídos da seguinte maneira: sessenta e três (63) eram do 2º ano; oitenta e três (83) do 3º; noventa (90) do 4º e noventa e cinco (95) do 5º ano. Além dos alunos, participaram da pesquisa onze professoras da rede pública municipal da cidade de Amargosa - BA. No instrumento direcionado às professoras foi solicitado que elaborassem seis problemas de adição e subtração, com o objetivo de averiguar e classificar os problemas elaborados por elas com base nas categorias de situações do campo conceitual aditivo. Os resultados observados por meio da aplicação do instrumento revelaram que o desempenho médio dos estudantes ficou a baixo do esperado, pois o único grupo de alunos que obtiveram um índice de acertos superior a 50 %, foram os alunos do 5º ano, os demais grupos 1º ao 4º ano, todos apresentaram índices de certos inferiores a 50%. Além disso, os resultados apontaram que há uma estreita conexão entre os tipos de problemas elaborados pelas professoras e o desempenho dos alunos.

Já a pesquisa de Magina *et al.* (2010) tem como tema "As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental". A pesquisa teve como referencial a Teoria dos Campos Conceituas TCC de Gérard Vergnaud (1996). Como metodologia foi aplicado um teste com 12 problemas de adição e subtração, ou seja, problemas de estruturas aditivas para a análise das estratégias utilizadas pelos alunos nos registros de solução. Participaram deste estudo, 1021 estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental, de 26 escolas públicas do Sul da Bahia. Os resultados assinalam uma queda expressiva no percentual de acerto em problemas que envolviam extensões mais complexas dessa estrutura, bem como naqueles que apresentavam incongruência semântica entre as palavras-chave e a operação a ser realizada. Notou-se um aumento nos índices de acertos, na resolução dos problemas do tipo protótipos, conforme o nível de instrução, ou seja, à medida que os alunos avançavam nas séries, maior era a ocorrência de acertos neste tipo de problema. Por outro lado, nos problemas de maior complexidade, pelo avançar das extensões, não foram observados ganhos importantes com o aumento do grau de instrução. Isto evidencia mais uma vez a intrínseca relação entre a compreensão do professor sobre as estruturas aditivas e os reflexos na aprendizagem de seus alunos. O estudo ressalta a necessidade de se repensar a formação matemática, inicial e continuada, do professor das séries inicias e o papel da pesquisa em sua formação.

Santos e Santana (2010) desenvolveram um estudo diagnóstico, intitulado "Estruturas aditivas: o desempenho e as dificuldades na resolução de situações-problema" Participaram da pesquisa 773 estudantes de escolas públicas dos anos iniciais do EF, oriundos de oito municípios da região norte da Bahia. Para a coleta de dados, foi aplicado um instrumento contendo 18 situações-problema envolvendo as operações de adição e subtração, elaborados de acordo com a fundamentação da Teoria dos Campos Conceituais, sendo 4 (quatro) de Composição, 5 (cinco) de Transformação, 7 (sete) de Comparação, 1(uma) de Composição de várias transformações e 1(uma) de Transformação de uma relação.

Verificou-se que a dificuldade dos alunos na leitura dos problemas, atrapalhou a aplicação do instrumento, e, após a aplicação, constatou-se que os alunos apresentaram um baixo desempenho na resolução dos problemas propostos, de modo que a média geral de acertos ficou em torno de 35%. Campos (2007) e Magina *et al.* (2001) asseveram que o domínio do campo aditivo não acontece plenamente ao final do 5º ano escolar. Contudo, as autoras revelaram que se esperava que os alunos conseguissem melhor desempenho, considerando que as situações-problema que compunham o instrumento de pesquisa envolviam números pequenos cuja soma não ultrapassava duas dezenas, além disso, o instrumento não contemplou as situações consideradas de maior complexidade. O resultado alcançado indica a dificuldade dos alunos em resolver situações aditivas. E apontaram para a necessidade de se buscar propostas e intervenções de ensino que contribuam para sanar tais dificuldades.

Silva (2014) em sua dissertação de mestrado, intitulada " Teoria dos campos conceituais, habilidades e competências: uma experiência de ensino em matemática", avaliou as contribuições que uma experiência de ensino, baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, trouxe para alunos de um 3º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento e ampliação das competências e habilidades para a resolução de situações-problema do campo aditivo. Em seu estudo, foi realizada uma experiência de ensino em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental, com 17 alunos, de uma escola particular do município de Porto Alegre (RS). Sua pesquisa apresentou diferentes fases, a saber: aplicação e um pré-teste, contendo 10 situações-problema elaborados em consonância com a realidade cotidiana dos alunos e com a Teoria dos Campos Conceituais. Tais problemas, envolveram as ideias de composição (protótipo e 1ª extensão) e comparação (protótipo, 1ª e 4ª extensão). Em seguida, foi realizada uma experiência de ensino para explorar situações-problema do campo aditivo, visando desenvolver as habilidades e competências almejadas para esta etapa escolar. Por fim, o teste foi reaplicado (pós-teste) para uma análise comparativa sobre o desempenho dos alunos antes e depois da intervenção de ensino.

Os resultados revelados no pós-teste mostraram que a experiência de ensino trouxe benefícios positivos para a turma, de modo que em todas as situações-problema houve um aumento no percentual de acertos. Também ficou evidenciada no pós-teste a mudança de estratégias que os alunos adquiriram durante a experiência de ensino, repercutindo na diminuição das incidências de resoluções em branco e aumentando as hipóteses de resolução.

Costa (2007), em sua dissertação de mestrado, intitulada "A resolução de problemas aditivos e sua complexidade: a previsão dos professores e a realidade dos alunos" buscou investigar a resolução de problemas aditivos nas séries iniciais do EF, verificando se a concepção dos professores sobre a complexidade de um problema aditivo é determinante para o desempenho dos alunos. Trata-se de uma pesquisa exploratória sobre as estratégias de resolução de problemas com alunos de três municípios do Estado do Pará: Belém, Capanema e Bragança.

O referido estudo envolveu 08 turmas de 4ª série (equivalente hoje, ao 5º ano), sendo 7 delas pertencentes à rede pública de ensino e uma da rede privada. Para a coleta de dados, aplicou-se um questionário com 17 situações-problema do campo aditivo.

No contexto da pesquisa, também se avaliou a concepção dos professores sobre a complexidade dos problemas propostos, classificando-os segundo a perspectiva dos alunos, em baixa, média ou alta complexidade, justificando as respostas e assinalando com que frequência utilizavam tais problemas em suas aulas de matemática.

Os resultados revelaram que à medida que se aumenta o grau de complexidade dos problemas os professores também expressam a dificuldade em perceber esta complexidade. A autora conclui seu trabalho enfatizando sobre a importância do processo de formação continuada de professores e professoras que ensinam matemática, notadamente os que atuam nos anos iniciais do EF, pelo caráter específico de sua formação inicial.

Concordamos com Etcheverria (2010) quando enfatiza que embora reconheçamos que há uma extensa literatura sobre esse tema, é evidente que ainda muito precisa ser investigado. Se por um lado a literatura dá conta de aspectos generalizados, por outro, há a necessidade de estudos em contextos particulares.

Onuchic (1999, p. 199) destaca a importância do trabalho com resolução de problemas como um caminho viável e frutífero para se alcançar melhores resultados de aprendizagem com os alunos, desde os anos iniciais do EF. Sendo assim, optamos por investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos considerando as ideias de composição, transformação e comparação, em suas variadas representações.

3 CAMPO ADITIVO: UMA ABORDAGEM NA PERSPECTVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Neste capítulo, abordaremos o campo aditivo tendo como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais TCC de Gérard Vergnaud (1996). A TCC representa um referencial valioso às pesquisas pertinentes à Educação Matemática e vem sendo utilizada na compreensão do processo de formação dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, verificando suas estratégias de ação (FIOREZE, 2016).

Na primeira parte, faremos uma abordagem geral sobre os pressupostos teóricos, premissas e conceitos-chave da TCC. Em seguida, abordaremos em maior profundidade o Campo Aditivo – CA, suas características, categorias e classificações dos problemas, conforme a sua estrutura, organização e conceitos presentes nos enunciados das diferentes situações-problema.

Nesse intuito, buscamos um quadro teórico sólido e coerente fundamentado em Vergnaud (1996; 2014), Magina et al (2001; 2008), Santana (2012) entre outros, visando a compreensão e análise do processo de conceitualização inerentes a adição e a subtração, tendo como base a resolução de problemas.

3.1 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais – TCC, é uma teoria cognitivista, elaborada pelo professor e pesquisador francês Gérard Vergnaud. Segundo o autor, sua teoria procura "[...] explicar o processo de construção do conhecimento, apresentando um quadro coerente e de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, notadamente daquelas que se revelam das ciências e das técnicas" (VERGNAUD, 1996, p155). Segundo o próprio autor (Ibid.), embora a TCC não se aplique exclusivamente à matemática, ela foi desenvolvida inicialmente com o propósito de explicar o processo de conceitualização das estruturas aditivas e multiplicativas, das relações número-espaço e da geometria.

Assim, no campo da matemática, nossa área de interesse nesta pesquisa, a TCC contribui na análise da relação entre os conceitos matemáticos envolvidos nas situações-problema. A compreensão desses conceitos envolve os conhecimentos explícitos, bem como os invariantes operatórios implícitos presentes na ação dos sujeitos sobre determinada situação (VERGNAUD, 1993).

A finalidade principal da TCC consiste em fornecer um quadro teórico, coerente, que possibilite a compreensão das filiações e rupturas do conhecimento matemático nos alunos. Além disso, o autor postula que o conhecimento compreende "[...] tanto o saber fazer como os saberes expressos" (VERGNAUD, 1996, p. 155). No saber fazer, estão envolvidas as competências e as habilidades e, por meio delas, pode-se observar e analisar os saberes expressos pelos estudantes, quando estão envolvidos na solução das situações-problema e, a partir daí, pode-se analisar a sua aprendizagem (SANTANA; ALVES; NUNES, 2015). Por todas essas razões, é notório a importância, validade e relevância da TCC no campo do ensino e desenvolvimento da aprendizagem, especialmente, no ensino e aprendizagem de matemática no contexto escolar.

Fioreze (2016) em sua obra, "Rede de conceitos em matemática", ao abordar sobre a TCC nos assegura que ela se constitui como um referencial importante às pesquisas direcionadas à Educação Matemática e sua utilidade reside em possibilitar a compreensão da formação dos conceitos matemáticos pelos estudantes, atentando-se para suas estratégias de ação, diante das situações-problema. Isto se justifica pelo fato de que a TCC consegue unir com êxito a psicologia cognitiva e a matemática.

Por essa razão, ela a TCC vem se constituindo como uma das mais importantes teorias no campo da educação matemática, ajudando pesquisadores e professores a compreender a formação e desenvolvimento dos conceitos matemáticos pelos alunos, através da verificação e análise de suas estratégias de ação diante das situações-problema (MAGINA *et al.*, 2001; 2008). Além de servir também, como um importante referencial, no direcionamento e organização das competências e habilidades matemáticas a serem desenvolvidas pelos estudantes.

É importante ressaltar, que no Brasil, por exemplo, a TCC serviu de base na fundamentação teórica dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs para o ensino de Matemática, documento que deu grande ênfase à resolução de problemas, uma herança da TCC, apontando uma nova abordagem do ensino de matemática no Brasil.

A referida teoria nos dá uma contribuição significativa, quanto à compreensão do processo de desenvolvimento cognitivo e de aprendizagem dos estudantes, fornecendo subsídios que nos permitem conhecer o nível de desenvolvimento em que se encontram e os diferentes tipos de situações-problema a serem propostas, em favor do progresso na aprendizagem desses alunos. Dessa forma, ela possibilita identificar aquelas situações que por sua estrutura são mais facilmente compreendidas pelos alunos e aquelas que apresentam maiores dificuldades. Assim, proporciona ao professor, uma melhor organização das situações-problema a serem propostas aos alunos em sala de aula, favorecendo uma aprendizagem mais consistente e frutífera.

Vergnaud (1996) estabelece duas classes distintas de situações na resolução de um problema matemático. A primeira, refere-se àquelas em que o sujeito dispõe das competências necessárias à sua solução e a torna imediata. Nessa classe de situações, segundo o autor, observa-se condutas procedimentais e estratégicas de resolução de problemas, em grande parte automatizadas e organizadas por meio de um esquema único. E, num segundo caso, há o desencadeamento sucessivo de diferentes esquemas, que por sua vez, podem entrar em conflito e que para resultar na solução desejada, precisam ser acomodados, desagrupados e reagrupados, sendo que este procedimento é substancialmente acompanhando por descobertas.

A segunda classe de situações descrita por Vergnaud (1996) diz respeito às situações em que o sujeito não possui todas as competências necessárias à solução imediata, levando-o a refletir, explorar, questionar, reformular e atingir, ou não, o êxito na solução correta do problema (Ibid.). É importante ressaltar que o sucesso na solução do problema não depende apenas da capacidade de realização do cálculo numérico, mas sobretudo da capacidade de estabelecer relações entre os dados e conceitos envolvidos e de realizar inferências.

3.2 **Premissas e conceitos-chave da Teoria dos campos Conceituais**

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), conforme já mencionado, tem como finalidade principal fornecer um quadro teórico, coerente, que possibilite a compreensão das filiações e rupturas do conhecimento nas crianças e adolescentes (VERGNAUD, 1996). Para que a TCC seja aplicada no ensino de matemática e possa contribuir no processo de aprendizagem dos alunos, é fundamental a compreensão de suas principais premissas.

Magina *et al.* (2008) apontam algumas premissas importantes da TCC de Vergnaud e sua aplicação no ensino de matemática, dentre elas, destacam-se as seguintes: A primeira, é a ideia de que o conhecimento matemático emerge da resolução de problemas, sejam eles teóricos ou práticos. Nesse contexto a TCC dá ênfase à resolução de problemas para que o aluno adquira aprendizagem sobre os conceitos matemáticos envolvidos nas situações-problema. Assim, ao resolver os problemas o aluno lança mão dos conhecimentos matemáticos, consolidados em situações anteriores, articulando-os para a superação dos desafios na situação nova e desse modo, vai gradativamente evoluindo em seu processo de construção do conhecimento matemático.

Nesta concepção, a resolução de situações-problema, não deve ser sempre a proposta ou etapa final do ensino de determinado conteúdo ou conceito matemático, as situações-problema, desafiadoras, podem ser utilizadas na etapa inicial do trabalho e exploração de determinado tema ou campo conceitual, constituindo-se como um excelente recurso para possibilitar a apropriação dos conceitos matemáticos.

A segunda premissa da TCC Vergnaud (1996), na releitura de Magina *et al*. (2008), é a de que o conhecimento surge a partir da ação do sujeito sobre a situação-problema em jogo. A concepção de Vergnaud (1996) sobre a situação, não é a de uma situação didática qualquer, mas sim, situações-problema, tarefas a serem resolvidas, considerando os conceitos já dominados pelos alunos e aqueles ainda por serem apreendidos, desafiando-os a avançarem na compreensão e domínio de novos conceitos.

A terceira premissa parte do princípio que o conhecimento está organizado em campos conceituais, e que a apropriação por parte do sujeito, ocorre durante um largo período de tempo através da experiência, maturidade e aprendizagem (VERGNAUD, 1993; 1996). Segundo o autor, é praticamente impossível estudar as coisas separadamente e, por essa razão, é necessário fazer recortes. Assim, os Campos Conceituais são unidades de estudo frutíferas, capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização (VERGNAUD, 1996). Na área de matemática destaca-se os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas.

Sobre o processo de apropriação dos conceitos matemáticos, tomando por base os pressupostos da TCC, Carvalho (2014) complementa que a formação de um conceito, além de exigir um longo período de tempo, não se constrói com uma única situação, mas sim, com muitas interações, em que as situações novas, bem como os novos conceitos sejam de fato significativos para os alunos, aplicando e adaptando às suas ideias anteriores. Pois um único conceito, leva a muitas situações, diversos invariantes e muitas possibilidades de representação.

Isto posto, não seria razoável direcionar o estudo do desenvolvimento da aprendizagem a partir de conceitos isolados, mas sim, sobre os conjuntos de conceitos, que por sua estrutura possuem relações interligadas formando o que Vergnaud (1996) denominou de campo conceituais. Assim, no tocante ao Campo Aditivo (CA), não faz sentido trabalhar os conceitos da subtração e adição de forma separada, pois essas operações fazem parte do mesmo campo conceitual, portanto é mais produtivo que sejam trabalhados simultaneamente.

3.3 **Concepção de conceito e esquemas na TCC**

Há no meio acadêmico uma tendência natural de colocar conceito e definição como sinônimos. Contudo, no contexto da TCC, há uma diferença capital entre essas palavras, de modo que o conceito está relacionado a formulação de uma ideia através das palavras e do pensamento, já a definição, é entendida como o ato de determinar a extensão e os limites de um objeto ou assunto. Neste sentido, o conceito não se resume à sua definição, sobretudo quando nos interessa a sua aprendizagem e o seu ensino (SANTANA, 2012).

Um conceito não tem sentido em si mesmo, ele adquire sentido por meio das situações e dos problemas a serem explorados e resolvidos pelo aluno, problemas estes que podem ser teóricos ou práticos (VERGNAUD, 1996 *apud* FIOREZE 2016).

Vergnaud (1996) nos explica que um conceito envolve três conjuntos interligados, que se relacionam entre si e que pode ser representado simbolicamente pela fórmula C= (S, I, R) em que:

> S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; I é um conjunto de invariantes (propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações; R conjunto de formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permite representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento. (VERGNAUD, 1996, p.166)

Segundo ao autor (1996), o estudo do desenvolvimento e funcionamento de um conceito, no processo de aprendizagem, exige levar em conta esses três elementos ou conjuntos (S, I, R) descritos na citação anterior, de forma simultânea, visto que um Campo Conceitual – CC, engloba uma variedade de situações em que o domínio gradual e progressivo do mesmo exigirá a apreensão de diferentes conceitos, procedimentos e suas representações simbólicas, tudo isto em estreita conexão.

Santana (2012, p.25) esclarece que " o conjunto de situações é o referente do conceito, os invariantes são os significados do conceito, enquanto as representações simbólicas são os significantes ". No entanto, estabelecer a relação existente sobre a referida terna que compõe o conceito (S, I, R), não é uma tarefa fácil, exige muito esforço, tanto por parte do professor, quanto por parte do aluno, visto que nem sempre conseguimos expressar explicitamente aquilo que compreendemos ou pensamos (MAGINA *et al*., 2001; 2008).

Desse modo, ao lidar com determinado conceito matemático em diferentes situações, o aluno passa a compreendê-lo e lhe atribuir sentido e significado (VERGNAUD, 1996). Compete, portanto, ao professor a escolha adequada das situações-problema que irão colocar em jogo a funcionalidade dos esquemas dos estudantes. Igualmente importante é reconhecer as diferentes formas de representações desses conceitos e seu respectivo tratamento.

Ao se debruçarem sobre uma situação-problema, nova e desafiadora, os alunos recorrem a seus esquemas-de-ação, vivenciados em circunstâncias anteriores, testando sua validade na situação nova e assim avança-se para a aquisição de novas estratégias o que lhes proporciona novos conhecimentos, maturação e novas aprendizagens (VERGNAUD,1996).

Assim, torna-se de fundamental importância que o professor proponha aos alunos um conjunto diferenciado de situações, permitindo-lhes confrontar suas ideias prévias com a situação nova, ajustando seus esquemas e procedimentos, para que possam analisar melhor e mais profundamente, as situações, revisando e ampliando seus conceitos.

3.3.1 Concepção de Esquemas na TCC

O esquema se configura como uma totalidade organizadora da ação do aluno em uma classe de situações específicas, sendo um conceito essencial da psicologia cognitiva e da didática (FIOREZE, 2016). A autora (Ibid.) explica-nos que um esquema gera uma classe de comportamentos em função das características de cada situação e que o mesmo é formado por vários elementos, são eles: Regras de antecipações, Invariantes operatórios e inferências.

Vergnaud (1996, p.157), caminhando na perspectiva de Fioreze (2016), sustenta que o esquema constitui "[...] uma organização invariante da conduta para uma dada classe de situação. E enfatiza que é nos esquemas que se deve procurar os conhecimentos em ato do sujeito, que são elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito ser operatória". Nos casos em que o sujeito não consegue resolver com êxito uma dada situação, cabe ao professor, levar o estudante a analisar os esquemas que foram acionados, refletindo sobre as razões do fracasso e propor novas estratégias ou promover mudanças no percurso tomado anteriormente em busca da solução desejada.

De acordo com Santana (2012), o esquema atende a uma organização elaborada pelo próprio sujeito com o intuito de conduzir o processo de resolução de uma dada situação. Nesse contexto, "Os esquemas estão no âmago da cognição e no âmago do processo de assimilação-acomodação" (VERGNAUD *apud* SANTANA, 2012, p.35). No campo da aprendizagem matemática existe uma diversidade de esquemas que são acionados pelo sujeito e cada um relaciona-se a uma classe de situação com características específicas bem definidas (VERGNAUD, 1993).

De maneira geral, podemos dizer que o esquema é o processo pelo qual o sujeito estrutura sua ação, diante da resolução do problema, é a organização invariante para uma determinada classe de situações, tendo em vista a sua solução. Vergnaud (2014) assegura-nos que a ideia de esquema está atrelada ao modo invariante de como as atividades mentais são organizadas para uma classe de situações, tendo como objetivo a aprendizagem específica de um determinado conceito. Fioreze (2016) acrescenta que a utilização do esquema e sua confiabilidade, está atrelada ao conhecimento que possui (explícito ou implícito), bem como das relações existente entre o mesmo e as características do problema a ser solucionado.

A compreensão destas premissas e conceitos-chave da TCC e sua transposição no plano Didático da Matemática constitui-se um suporte teórico de grande relevância à ação do professor/pesquisador, contribuindo para o processo de compreensão da conceitualização matemática pelos estudantes, favorecendo a melhoria do ensino e consequentemente à aprendizagem dos alunos, objetivo central da ação pedagógica.

Diante do exposto, podemos enfatizar que a TCC nos oferece instrumentos valiosos para a análise das competências e dificuldades estudantis, além de contribuir poderosamente para a formulação de um diagnóstico mais contundente sobre o desempenho e aprendizagem dos alunos, tendo como referência as estratégias que os mesmos utilizam quando estão diante de uma situação-problema. Assim, uma de suas maiores contribuições reside em fornecer um quadro teórico que permite a análise dos fatores que interferem no sucesso dos estudantes quando da resolução de problemas.

Vergnaud (1993; 1996; 2014), ao abordar sobre a resolução de problemas matemáticos, dedicou-se mais diretamente a dois grandes grupos conceituais: O campo aditivo e o campo multiplicativo. Também comumente conhecidos como estruturas aditivas e estruturas multiplicativas, respectivamente. Neste estudo abordaremos apenas o campo aditivo, foco central desta pesquisa e que trataremos em maior profundidade no tópico seguinte.

3.3.2 Campo conceitual das estruturas aditivas

O campo conceitual das estruturas aditivas refere-se a um conjunto de situações que envolvem cálculos pertinentes às adições ou às subtrações, em que há uma variedade de conceitos, tais como sucessor, antecessor, numeral, etc., além de diversas situações que abrangem as variáveis do problema, por exemplo, ordenar, reunir, separar, juntar, acrescentar, transformar, comparar e procedimentos algorítmicos para realização das operações e representações (VERGNAUD, 1982 *apud* FIOREZE, 2016). Logo, os problemas de adição e subtração pertencem ao mesmo campo conceitual, o campo conceitual das estruturas aditivas.

Na concepção de Vergnaud (1996), o conhecimento acontece em campos conceituais (e isto se aplica com propriedade ao conhecimento matemático), e um campo conceitual pode servir de base à compreensão de outros campos. Assim, Vergnaud (1996) considera útil falar em distintos Campos Conceituais, com a condição de que seja possível suas descrições de forma consistente. Os Campos Conceituais são unidades de estudo frutíferas, capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização matemática, de seus processos, operações, propriedades e procedimentos. Como por exemplo o conceito de adição, subtração e o leque de ideias relacionadas a estas operações compõem o Campo Conceitual Aditivo.

Segundo Vergnaud (1982) o campo conceitual pode ser definido da seguinte maneira:

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição (*apud* SANTANA 2012, p.18).

De acordo com a afirmação anterior, fica claro que as relações dos conceitos com os elementos que os compõem, compreendem o significado fundamental de um Campo conceitual. Assim, de maneira geral, um campo conceitual é um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas. Carvalho (2014), por sua vez, enfatiza que um campo conceitual é definido por seu conteúdo, por exemplo, no campo da matemática tem-se: (estruturas aditivas, estruturas multiplicativas). Uma forma interessante de determinar um campo conceitual, é voltar-se para o conjunto de situações que concorrem para lhes dá sentido.

O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas representa o conjunto das situações cujo tratamento e solução exige apenas o recurso à adição ou subtração ou a composição destas operações, bem como o conjunto dos conceitos e teoremas que possibilitam a análise dessas situações como tarefas matemática (VERGNAUD, 1996; 2014).

Os problemas de tipo aditivo são aqueles em que a solução exige apenas a resolução de adições e/ou subtrações, Vergnaud (1996; 2014). Utilizando este mesmo raciocínio, temos que as estruturas aditivas são aquelas em que as relações envolvidas são formadas exclusivamente por adições e subtrações.

Damm (2013) explica-nos que os problemas de tipo aditivo trazem, geralmente, em seus enunciados, uma situação social ou econômica simples. Geralmente trazem em seu contexto, situações que fazem parte do meio sociocultural das crianças, por exemplo: (jogo de bola de gude, compra, deslocamento, ganho ou perda de figurinhas, etc.) e a resolução destes problemas, via de regra, exigem somente a utilização das operações de adição e subtração. O que nem sempre representa algo trivial para as crianças dos anos inicias de escolaridade. A conexão que os problemas aditivos estabelecem com o contexto social das crianças torna-se importante para que atribuam sentido às situações. A autora (Ibid.) enfatiza a importância e o papel decisivo dos enunciados na compreensão dos conceitos envolvidos nas situações-problema do campo aditivo. É preciso uma análise para além do cálculo numérico, direcionando a análise para o cálculo relacional, considerando a estrutura organizacional dos enunciados e dos conceitos neles envolvidos.

No tocante ao campo aditivo, por exemplo, é importante que o professor trabalhe em sala de aula, as situações de adição e subtração, como operações complementares, operações "irmãs", e não de forma isolada, desconexas, pois adição e subtração fazem parte do mesmo campo conceitual ao qual Vergnaud denominou de estruturas aditivas.

Segundo Vergnaud (1996), o campo aditivo engloba um conjunto de conceitos que de acordo com a estrutura e organização dos enunciados, podem envolver:

> Os conceitos de cardinal, de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição, (perder ou ganhar 5 escudos), de relação de comparação quantificada (ter mais 3 bombons ou 3 anos que), de composição binária de medidas (quanto são ao todo?) De composição de transformações e de relações, de operação unária, de inversão, de número natural e de número relativo (...) (VERGNAUD, 1996, p. 168)

Para o autor, o Campo Aditivo envolve entre outros aspectos, a ideia de somar, subtrair, agrupar, completar, reunir e dissociar objetos, conceito de medidas, transformação de tempo e relações de comparação.

Desse modo, o professor, ao abordar o campo aditivo com as crianças, é preciso considerar a relação existente entre o conjunto de conceitos compreendidos nos problemas propostos e não se limitar apenas à ênfase no cálculo numérico.

Os conceitos inerentes à adição e à subtração, explicitados anteriormente, vão sendo construídos pelo aluno ao ser confrontado com uma variedade de situações, e estas situações, conforme sua estrutura, podem ser classificadas de diferentes formas, tais como: problemas de relação entre o todo e suas partes, como problemas inversos de relação parte-todo, podendo envolver uma transformação, uma composição ou ainda, problemas de comparação.

3.3.3 Relações Aditivas de base

No contexto das estruturas aditivas há uma variedade de relações, e em decorrência dessa especificidade, pode-se dizer que há vários tipos de adições e subtrações. Vergnaud (1996; 2014) organizou essas relações em seis categorias de base conforme veremos a seguir.

Segundo o autor (VERGNAUD, 1996; 2014), as relações aditivas são relações ternárias que podem ser organizadas de várias maneiras, gerando uma variedade de estruturas aditivas. Dentre elas, o autor apresenta as seis categorias de esquemas ternários que considera fundamentais, e que permitem englobar todos os problemas de adição e subtração da aritmética comum, são elas:

> I – a composição de duas medidas em numa terceira; II – a transformação (quantificada) de uma medida inicial numa medida final; III – a relação (quantificada) de comparação entre duas medidas; IV – a composição de duas transformações; V- a transformação de uma relação e VI – a composição de duas relações (VERGNAUD,1996, p.172).

Para o autor, estas categorias de relações ternárias são fruto de considerações matemáticas e psicológicas. Como exemplo de considerações matemáticas temos a existência de situações-problema que embora sejam resolvidas com a mesma operação numérica apresentam estruturas bem diferentes, podendo apresentar um grau maior ou menor de complexidade e como considerações psicológicas, podemos citar a distância no desenvolvimento dos procedimentos empregados pelo aluno, bem como as possibilidades de simbolização sob o domínio da criança e o grau de importância dos conceitos de transformação temporal e de relação quanto à apropriação das situações aditivas (SANTANA, 2012)

A classificação dos problemas aditivos é importante para que o professor possa selecionar e propor aos alunos aquelas que estarão de acordo com o nível de aprendizagem destes e aos poucos ir conduzindo-os para o enfrentamento de situações cada vez mais desafiadoras para que possam avançar em suas aprendizagens.

Grande parte do trabalho dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental está direcionada para o objetivo de fazer com que os alunos se apropriem dos conceitos inerentes à adição e à subtração. No entanto, para que isto ocorra faz-se necessário que o aluno seja capaz de identificar e se apropriar dos invariantes contidos nesses conceitos (NUNES *et al.*, 2009). Para os autores, este processo terá maiores possibilidades de um resultado satisfatório se o professor trabalhar tais conceitos de maneira interligada, visto que essas duas operações aritméticas pertencem ao mesmo Campo Conceitual.

De acordo com Nunes *et al.* (2009), o processo de compreensão da relação entre a adição e a subtração se dá seguinte maneira:

> [...] as crianças desenvolvem os esquemas de juntar e separar independentemente um do outro, sem compreender a relação que existe entre os dois. Para atingir uma compreensão mais avançada, passando do conhecimento baseado em esquemas de ação para um conceito operatório de adição e subtração, é necessário que o aluno consiga coordenar os dois esquemas, reconhecendo a relação inversa que existe entre a adição e a subtração (NUNES *et al*., 2009, p. 52).

Assim, é indispensável, que o professor ofereça uma diversidade de situações aditivas, com diferentes organizações e variações das relações envolvidas, fazendo com que o aluno, avance cada vez mais no processo de formação e desenvolvimento dos múltiplos conceitos inerentes a este campo do conhecimento matemático.

3.3.4 Categorias e subcategorias das relações aditivas

Os problemas do CA podem apresentar variações nas relações que são estabelecidas em sua estrutura e organização e assim, consequentemente podem pertencer a categorias diferentes, as principais são composição, transformação e comparação e a partir dessas ainda é possível estabelecer subcategorias como veremos a seguir.

Magina *et al.* (2001; 2008), numa releitura das categorias dos problemas aditivos postulados por Vergnaud (1996), explicam que as situações-problema deste campo conceitual, segundo suas características e raciocínios requeridos para resolvê-los, podem ser classificadas em três grupos básicos: composição, transformação e comparação.

> ➢ A classe de problemas de composição compreende as situações que envolvem a relação parte-todo, juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte.
> ➢ A classe dos problemas de transformação é aquela que trata de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida - no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decréscimo; etc.), chegando ao estado final com outra quantidade.
> ➢ A classe dos problemas de comparação diz respeito aos problemas que comparam duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido (MAGINA *et al*., 2001, p. 28-29).

Para melhor compreensão vamos ilustrar no quadro a seguir exemplos para cada uma dessas categorias principais dos problemas aditivos:

Quadro 3 - Exemplos de problemas aditivos das três categorias principais

CATEGORIA/CONCEITO	POSITIVO	NEGATVO
COMPOSIÇÃO	No meu estojo, tenho 4 canetas azuis e 6 vermelhas. Quantas canetas tenho ao todo em meu estojo?	Minha mãe comprou 7 tipos de frutas para fazer uma salada. Mas, resolveu usar somente 4. Quantos tipos de frutas sobraram?
TRANSFORMAÇÃO	Juca tinha 9 bolinhas de gude, seu tio lhe deu mais algumas. Agora Juca tem 15 bolinhas. Quantos bolinhas Juca ganhou de seu tio?	Bia tinha em sua carteira R$ 15,00. Ela tomou um sorvete na rua e para pagar usou esse dinheiro, ficando em sua carteira R$ 7,00. Quanto bia usou para pagar o sorvete?
COMPARAÇÃO	Paulo tem 20 figurinhas em sua coleção. Zeca tem 9 a mais que Paulo. Quantas figurinhas Zeca tem?	Meus irmãos colecionam tampinhas de garrafa. Lucas tem 27 e João tem 9 a menos que ele. Quantas tampinhas de garrafa João tem?

Fonte: Exemplos baseados Magina *et al*. (2001; 2008) e no Caderno 4 do PNAIC (BRASIL, 2014)

É importante ressaltar que cada uma dessas categorias principais de problemas aditivos (composição, transformação e comparação) permite variantes, com graus de complexidade menor ou maior dependendo de sua organização, das relações envolvidas e das classes de problemas que podemos formular para cada categoria (VERGNAUD, 2014). Sobre estes aspectos das relações aditivas, Gueiros, Agranionih e Zimer (2014), de maneira complementar, apresentam algumas subcategorias para estas classes principais de problemas, são elas: composição simples, composição tendo uma das partes desconhecida, transformação simples, transformação com a própria transformação desconhecida, transformação com estado inicial desconhecido, e problemas de comparação. Vejamos no quadro nº 4 abaixo alguns exemplos para aclarar melhor essa questão.

Quadro 4 - Subcategorias das estruturas aditivas

SUBCATEGORIA	CARACTERÍSTICA	EXEMPLO
Composição com uma das partes desconhecida	Envolve situações em que uma das partes que compõe o todo é desconhecida, sendo necessário determina-la a partir da relação entre o todo e parte conhecida.	Em uma cesta há tem 12 maçãs, 4 são vermelhas e as outras são verdes. Quantas maçãs verdes há na cesta?
Transformação com transformação desconhecida	Nestes casos, tem-se evidente o estado inicial e o estado final da situação. E busca-se a transformação evolvida.	Lia tem 20 balas. Deu algumas para Bianca. Ficando com 12 balas. Quantos balas ela deu a Bianca ?
Transformação com estado inicial desconhecido	São as situações em que temos conhecidos a transformação e o estado final e por meio dessa relação, procura-se o estado inicial.	Bruna tinha algumas bonecas. Ganhou mais 4 de sua mãe. Agora ela tem 10 bonecas. Quantas bonecas Bruna tinha?

Fonte: Baseados no Caderno 4 do PNAIC – 2014 (BRASIL, 2014)

De maneira análoga, Magina et al (2001; 2008), tendo por base as categorias aditivas determinadas por Vergnaud (1996), elaboraram uma classificação interessante apresentando-as em subcategorias as quais denominaram de protótipos e extensões. As Situações prototípicas, são aquelas que por sua estrutura apresentam menor grau de complexidade, são situações com as quais as crianças estão habituadas a enfrentarem desde cedo, antes mesmo da fase escolar.

As situações prototípicas envolvem os conceitos de composição (unir partes para compor o todo) ou transformação, que pode ser positiva ou negativa como é caso de ganhos ou perdas, acréscimos ou decréscimos de quantidades de objetos por exemplo. O raciocínio que a criança desenvolve nesse tipo de problema é intuitivo, formado espontaneamente. Vejamos os seguintes exemplos:

Quadro 5 - Exemplo de problema prototípico de composição

Zeca tem bolas vermelhas e verdes. 8 são vermelhas e 4 são verdes. Quantas bolas Zeca tem no total? (Situação prototípica de composição).

Fonte: elaborado pelo autor

Quadro 6 – Exemplo de problema prototípico de transformação

Lia tinha R$ 15,00 reais em sua carteira. Deu R$ 6,00 reais a sua irmã Júlia. Com quantos reais Lia ficou? (Situação prototípica de transformação).

Fonte: elaborado pelo autor

Corroborando com Magina et al (2001; 2008), Santana (2012) define os protótipos de problemas aditivos da seguinte maneira:

> Protótipos são situações de menor complexidade e podem ser de composição quando são dadas as partes e se pede o todo, ou de transformação quando são dados o estado inicial e a transformação, e se pede o estado final. (SANTANA, 2012, p.65).

São, portanto, situações com baixo grau de complexidade e que geralmente as crianças conseguem resolver sem grandes dificuldades, uma vez que tais situações já fazem parte do seu repertório, vivenciadas em situações do cotidiano.

As demais subcategorias elencadas por Magina *et al.* (2001; 2008), são as relações aditivas que por sua estrutura, variam entre a 1ª e 4ª extensão, cada uma delas com sua especificidade. Os problemas de 1ª extensão podem ser de composição com uma parte desconhecida ou de transformação com a transformação desconhecida. Estes por sua vez apresentam um grau de complexidade um pouco maior que os problemas protótipos, pois em sua solução, exigem respectivamente da criança os raciocínios com a ideia de completar e de inversão e não simplesmente juntar partes de um todo (adição) ou retirar uma quantidade menor de outra maior (subtração) como é caso das situações prototípicas.

Os problemas de 2ª e 3ª extensão abrangem essencialmente os conceitos de comparação. No caso das situações de comparação de 2ª extensão temos explícitos no enunciado o "referente" e a relação e pede-se para que a criança/aluno, determine o referido. Vejamos o exemplo a seguir:

Quadro 7 - Exemplo de problema de comparação de 2ª extensão

Joca tem 9 anos e Mário tem 3 anos a mais que Joca. Quantos anos tem Mario?

Fonte: elaborado pelo autor

Uma variação desse tipo de problema poderia ser:

Quadro 8 - Exemplo II de problema de comparação de 2ª extensão

Zeca tem 12 reais e Luiz tem 5 reais a menos que ele. Quantos reais tem Luiz?

Fonte: elaborado pelo autor

Veja que em ambos os casos temos conhecido o referente e a relação e o que se pede é para encontrar o referido. Para a solução, é necessário que a criança/aluno veja a "relação" como uma comparação entre os grupos e não como uma medida em si. Logo, o procedimento esperado é que a criança/aluno deverá partir do referente que lhe é conhecido, operar uma adição ou uma subtração com o valor da relação entre os grupos para obter o referido que é a incógnita ou seja o termo desconhecido do problema (MAGINA *et al*., 2001).

Na terceira extensão se enquadram os problemas aditivos de comparação em que se tem os grupos conhecidos " referente e referido" e se desconhece a relação entre eles. Esse tipo de problema costuma apresentar um grau de dificuldade maior que os casos explicitados anteriormente, pois apesar de serem conhecidos os dois grupos, não fica muito claro para a criança, quem é o referente e o referido.

Vejamos o quadro 9 a seguir, que apresenta um problema aditivo com a ideia de comparação de 3ª extensão.

Quadro 9 - Exemplo de problema de comparação de 3ª extensão

João e Maria ganharam figurinhas de presente. João ganhou 15 figurinhas e Maria ganhou 10 figurinhas. Quem ganhou mais figurinhas? Quantas a mais?

Fonte: Elaborado pelo autor

Uma variante possível desse tipo de problema poderia ser:

Quadro 10 - Exemplo II de problema de comparação de 3ª extensão

Beto tem 10 gibis. Zeca tem 15 gibis. Quem tem menos gibis? Quantos a menos?

Fonte: elaborado pelo autor

Nestes exemplos de 3ª extensão, a criança tem como tarefa encontrar a relação diante dos dois grupos. Para isto, primeiro é necessário encontrar quem é o referente e o referido e em seguida identificar e escolher a operação a ser realizada. Este tipo de problema pode ser resolvido tanto por meio de uma subtração de um dos valores dos grupos pelo outro ou ainda pelo princípio aditivo de ir completando o valor do grupo menor até igualar ao maior e assim, possa identificar a diferença entre os dois grupos que é a incógnita do problema.

Já os problemas de 4ª extensão envolvem as categorias de transformação e de comparação. Nesta extensão, o raciocínio aditivo envolvido é o mais sofisticado dentre o grupo de problemas básico (MAGINA *et al.*, 2001). Inserem-se nesta subcategoria os problemas de transformação, em que o estado inicial é desconhecido e os de comparação em que se desconhece o referente da questão. Vejamos os seguintes exemplos:

Quadro 11- Exemplo de problema de transformação de 4ª extensão

Juca tinha alguns doces e ganhou 6 doces de sua tia, ficando com 15 doces. Quantos doces Juca tinha antes?

Fonte: elaborado pelo autor

Outro exemplo desta categoria seria:

Quadro 12 - Exemplo II de problema de transformação de 4ª extensão

Juca tinha alguns doces e deu 6 doces para seu irmão, ficando com 9 doces. Quantos doces Juca tinha antes?

Fonte: elaborado pelo autor

Os dois casos são problemas de transformação da 4ª extensão. Temos ainda nesta subcategoria, os problemas de comparação em que conhecendo o referido e a relação é preciso encontrar o referente. Vejamos os exemplos a seguir:

Quadro 13 - Exemplo de problema de comparação de 4ª extensão

Beto tem alguns brinquedos e Lucas tem 5 brinquedos a mais que ele. Se o Beto tem 12 brinquedos, quantos brinquedos Lucas tem?

Fonte: elaborado pelo autor

Um outro exemplo seria:

Quadro 14 - segundo exemplo de problema de comparação de 4ª extensão

Beto tem alguns brinquedos e Lucas tem 5 brinquedos a menos que ele. Se o Beto tem 12 brinquedos, quantos brinquedos Lucas tem?

Fonte: Elaborado pelo autor

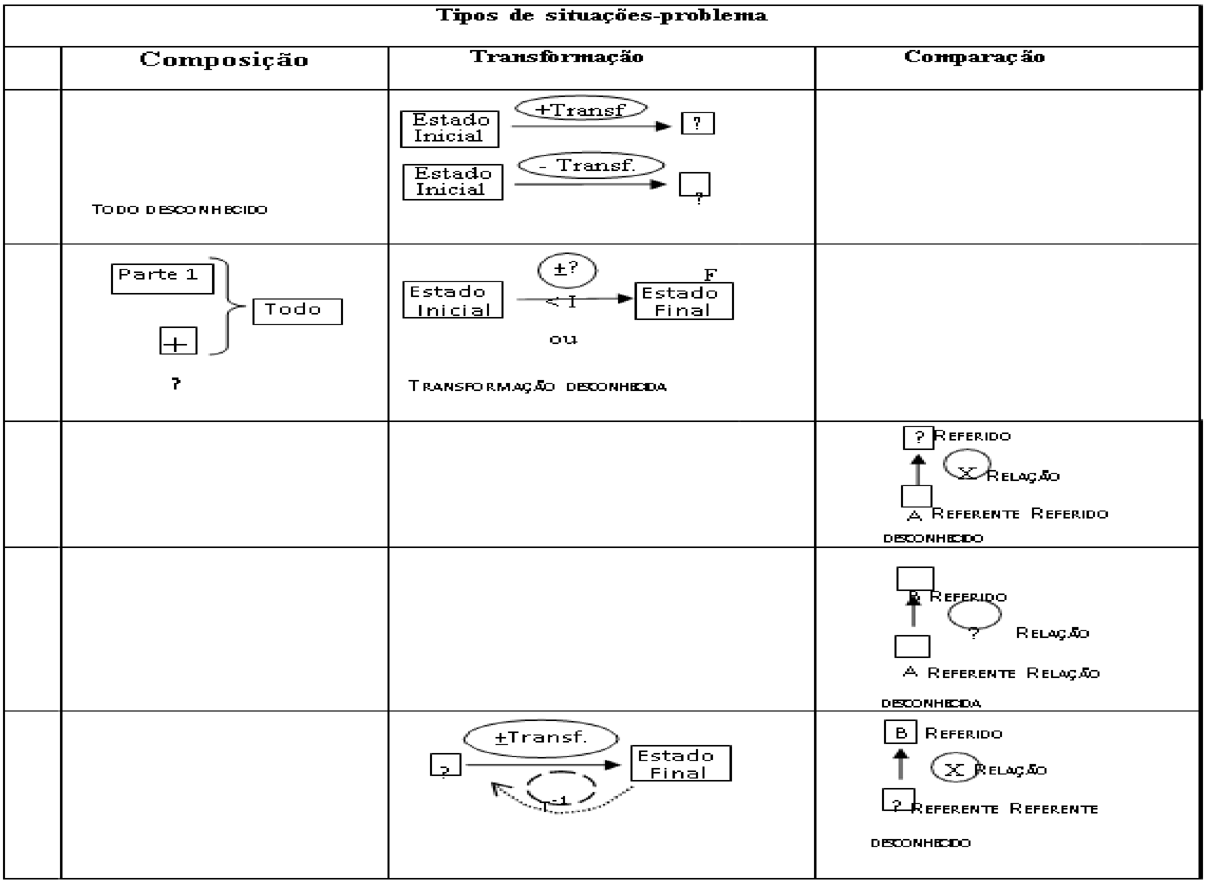
Veja que nesses casos a criança não tem de onde partir o que caba por dificultar o cálculo relacional (MAGINA *et al*., 2001).

Neste contexto, torna-se fundamental, que os professores conheçam e explorem com seus alunos, toda essa diversidade de situações para promover a consolidação da compreensão dos conceitos envolvidos tornando-os significativos para os alunos. Um caminho viável é partir das situações que as crianças já dominam e ir aos poucos colocando os alunos em contato com situações-problema, de extensões mais avançadas aumentado aos poucos o grau de complexidade para que possam se apropriar dos conceitos inerentes ao campo aditivo, desenvolvendo estratégias e esquemas cada vez mais complexos, avançando em aprendizagem e conhecimento.

Buscando sintetizar as diferentes categorias de problemas aditivos e suas variações em protótipos e extensões, Magina *et al.* (2001) esboçaram um quadro representando toda diversidade dos problemas de estrutura aditivas, bem como as relações que são estabelecidas.

No quadro nº 15 abaixo, estão representadas as três primeiras categorias explicitadas e ilustradas por Vergnaud (1996) e suas respectivas extensões especificadas por Magina *et al.* (2001; 2008). Para facilitar a compreensão, para cada extensão, estão ilustrados os seus respectivos diagramas, para demonstrar o cálculo relacional envolvido em cada uma delas.

Quadro 15 - Classificação das situações-problema das Estruturas Aditivas



Fonte: Campos *et al*. 2007, baseado nos quadros de Magina *et al* 2001

O quadro 15, ilustra o arcabouço das estruturas aditivas e constata que há uma variedade de situações-problema que se inserem neste campo conceitual, com diferentes combinações e organizações que remetem por consequência, a uma gama de conceitos inerentes às operações de adição e de subtração para além das situações prototípicas vivenciadas pelas crianças em suas primeiras experiências de resolução de problemas dentro e fora da escola. Eis aí uma boa justificativa para os professores que ensinam matemática estudarem a TCC e sua aplicação em sala de aula.

4 PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS

Neste capítulo apresentamos a metodologia empregada na pesquisa, tipo, abordagem, cenário da pesquisa e os sujeitos envolvidos.

4.1 Natureza e abordagem da pesquisa

O presente estudo trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, na modalidade estudo de caso com viés exploratório, este tipo de pesquisa tem por objetivo, investigar uma unidade específica de forma profunda e completa e que possui dinâmica própria, por sua contextualidade, como ressaltam Fiorentini e Lorenzato (2009). Já o estudo de caso "[...] é um estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, com contornos claramente definidos, permitindo seu amplo e detalhado conhecimento" (GIL, 1998, p.58). Corroborado com esta ideia sobre o estudo de caso, Yin (2010) faz a seguinte descrição:

> O estudo e de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes (YIN, 2010, p. 39)

Optamos pelo estudo de caso, pela necessidade em retratar a realidade a ser pesquisada de forma profunda, enfatizando a interpretação do objeto de estudo no contexto em que se encontra. Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam que o estudo de caso numa abordagem qualitativa, busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, com dinâmica própria e enfatizam que esta técnica guarda grande relação com o contexto sociocultural, durante o processo investigativo.

Creswel (2010), ao discutir as características da pesquisa qualitativa, destaca entre elas o caráter interpretativo, geralmente utilizado pelos pesquisadores nessa forma de investigação.

> A pesquisa qualitativa é uma forma de investigação interpretativa em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem. Suas interpretações não podem ser separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores (CRESWELL, 2010, p. 209).

Seguindo este entendimento, realizamos a interpretação das estratégias de solução de problemas aditivos e o desempenho apresentado pelos alunos nas soluções dos problemas, ancorados no aporte teórico da TCC. Vale ressaltar, que numa abordagem qualitativa, as experiências pessoais do pesquisador são elementos importantes na análise e compreensão dos fenômenos estudados. Além disso, na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados, entre o contexto e a ação, usando a lógica da análise fenomenológica, ou seja, a compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação (TEIXEIRA, 2010).

Quanto ao caráter exploratório do estudo, Gil (2009) explica-nos que a pesquisa exploratória tem por objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, pode-se dizer que seu objetivo é a descoberta de ideias ou intuições, seu planejamento é bastante flexível de modo que possibilita a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado. Este tipo de pesquisa pode envolver levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado, análise de exemplos que estimulem a compreensão.

Para a análise dos dados, utilizamos a técnica de análise de conteúdo, segundo o aporte teórico de Bardin (2010). O autor apresenta a análise de conteúdo como uma técnica da análise qualitativa. Sua proposta de análise parte de três procedimentos, ou etapas que julga indispensáveis para se efetivar uma análise de conteúdo a saber: I pré-análise, II exploração do material e III tratamento dos resultados, inferência e interpretação (Ibid.).

Na pré-análise organizamos os documentos que seriam analisados, que foram os protocolos de respostas dos alunos no instrumento da pesquisa, no intuito de torná-lo operacional, sistematizando as ideias preliminares. Em seguida, exploramos o material para a definição das categorias e unidades de sentido.

Por fim, realizamos o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. É nesta etapa que os resultados são tratados, é nela que ocorre a condensação e a ênfase das informações para análise, resultando nas interpretações inferenciais. É o momento de intuição, de análise reflexiva e crítica, Bardin (2010).

Corroborando com esta ideia, Rizzini, Castro e Sartor (1991 *apud* FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 137) definem a análise de conteúdo como um processo de investigação de caráter interpretativo, cuja finalidade é "[...] descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática".

O estudo envolveu 60 estudantes do 5º ano do ensino fundamental de escolas públicas do município de Teotônio Vilela-AL. Para coleta de dados foi utilizado um instrumento diagnóstico, composto de 10 situações-problema, envolvendo as três grandes categorias das estruturas aditivas elencadas por Vergnaud (1996; 2014) e suas variações, classificadas por Magina *et al.* (2001; 2008) em protótipos e extensões. O instrumento foi aplicado pelo pesquisador, de forma coletiva, em uma única seção em cada uma das três escolas em que o estudo foi desenvolvido. Os alunos participantes da pesquisa tiveram um tempo de 60 minutos para responderem a atividade, consideramos tempo suficiente para que fizessem a atividade com tranquilidade.

Os problemas foram elaborados em conformidade com a faixa etária, ano/etapa escolar das turmas em que a pesquisa foi aplicada. Vale ressaltar que antes da aplicação da atividade com os alunos, submetemos a mesma para avaliação e validação, por um grupo de professores especialistas em matemática: mestrandos, mestres, doutorandos e doutores vinculados a Universidade Federal de Alagoas – UFAL, dentre os quais, 7 (sete) nos deram devolutivas e todos validaram a atividade instrumento da pesquisa, considerando-a adequada para sua aplicação em turmas do 5º ano do Ensino Fundamental.

Os dados para análise foram agrupados pela incidência das estratégias de resolução de problemas encontradas: Algoritmo da adição; Algoritmo da subtração, uso de números do enunciado, estratégias pessoais e uma última categoria denominada de "resposta em branco" para representar os casos em que os alunos não esboçaram qualquer registro de solução. Os referidos dados foram classificados ainda em subcategorias: certo, errado e em branco para verificarmos o desempenho das turmas. Também analisamos os erros registrados, agrupando-os em duas categorias principais: I erro no cálculo numérico e II erro no cálculo relacional.

4.2 **Cenário da pesquisa**

A pesquisa foi realizada em 03 (três) escolas públicas da rede municipal de educação do município de Teotônio Vilela – AL. Para preservar a identidade das instituições envolvidas, identificaremos as mesmas por letras maiúsculas do alfabeto da língua portuguesa, da seguinte maneira: Escolas A, B e C, sendo a escola A localizada no centro da cidade, a escola B localizada em região periférica afastada do centro da cidade e a Escola C localizada na zona rural do município. Esta escolha se deu, buscando conseguir um resultado amostral que melhor representasse a realidade da rede no tocante ao objeto pesquisado.

A escola “A” possui 08 salas de aula, 01 biblioteca, 01 secretaria, 01 diretoria, 01 sala de coordenação, 01 cozinha, 01 sala dos professores, banheiros para uso dos alunos e funcionários, divididos entre repartições masculinas e femininas e um pátio descoberto que serve para circulação e recreação das crianças e organização de eventos escolares diversos. A referida escola funciona os 03 turnos da seguinte maneira: matutino, turmas de 1º ao 5º ano; vespertino com turmas do 6º ao 9º ano e no período noturno funciona com turmas de EJA do 1º segmento.

A escola “B” tem uma estrutura com 06 salas de aula, pátio coberto, cozinha, espaço para recreação das crianças, banheiros para alunos e funcionários, diretoria, secretaria, sala de coordenação, sala dos professores e biblioteca. A referida escola atende a alunos dos anos iniciais nos turnos matutino e vespertino.

A escola “C”, conta com 04 salas de aula, pátio descoberto, secretaria, banheiros para alunos e funcionários, diretoria/coordenação numa única sala, uma biblioteca, a mesma funciona nos turnos matutino e vespertino com a oferta dos anos iniciais e no turno noturno com Educação de Jovens e Adultos do 1º e 2º segmentos do EF.

4.3 **Sujeitos envolvidos**

Os sujeitos envolvidos foram 60 alunos de turmas de 5º ano do EF, de três escolas públicas do município de Teotônio Vilela – AL. Os alunos participantes da pesquisa possuem uma realidade socioeconômica e cultural semelhante, a grande maioria pertencentes à família de baixa renda e residem em grande parte nas proximidades da escola em que estudam.

Quadro 16 – Participantes da investigação quanto à solução do instrumento utilizado na pesquisa

Escolas	Nº de participantes	Sexo masculino	%	Sexo feminino	%
A	20	10	50%	10	50%

B	20	8	40%	12	60%
C	20	14	70%	6	30%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes.

Vale destacar que o instrumento da pesquisa foi aplicado com o apoio das professoras titulares de cada turma, não havendo, portanto, intervenção direta do pesquisador com os alunos durante o processo de resolução dos problemas, procurando garantir um resultado o mais fidedigno possível, referente ao desempenho dos alunos em suas estratégias de solução dos problemas propostos.

A faixa etária dos alunos envolvidos na pesquisa variou entre 10 a 11 anos. Para preservar a identidade dos participantes da pesquisa, bem como para facilitar a análise dos dados, indicaremos os alunos com nomes fictícios.

Os dados obtidos foram analisados considerando apenas os registros escritos pelos alunos na atividade instrumento da pesquisa. Visando a organização dos dados, analisamos em primeiro lugar, os problemas pertencentes à categoria de composição, seguida pela categoria de problemas de transformação e por fim, os de comparação conforme a ordem em que aparecem no instrumento.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo realizamos a análise dos dados da pesquisa, tendo como foco de interesse, apresentar os resultados de desempenho dos alunos, perante a solução dos problemas propostos no instrumento da pesquisa, bem como evidenciar as estratégias de resolução dos problemas aditivos registradas em seus protocolos de respostas. Além disso, iremos revelar os erros mais comuns cometidos tanto no cálculo relacional como no cálculo numérico, considerando a diversidade de situações que envolvem as estruturas aditivas de acordo com o aporte teórico da TCC, bem como os estudos de Santana (2012) e Magina *et al.* (2001; 2008) e a metodologia de resolução de problemas.

5.1 Análise quantitativa do desempenho dos alunos por categoria, problema e turma

Neste tópico, apresentamos a análise do desempenho dos alunos, considerando as categorias de correção em acerto, erro e branco para cada um dos problemas constantes do instrumento de pesquisa, conforme a categorização apresentada no quadro 17, a seguir.

Quadro 17– Distribuição dos problemas propostos por categoria

Categoria	Problema	Subcategoria
COMPOSIÇÃO	P1	Protótipo
	P4	1ª extensão
	P5	1ª extensão
TRANSFORMAÇÃO	P2	protótipo
	P3	1ª extensão
COMPARAÇÃO	P6	2ª extensão
	P7	2ª extensão
	P8	3ª extensão
	P9	3ª extensão
	P10	4ª extensão

Fonte: relatório da pesquisa

Para facilitar a leitura e exposição dos dados, bem como a compressão, optamos por distribuir os problemas por categoria, assim, em primeiro lugar trataremos os problemas de composição, em seguida os problemas de transformação e por fim os problemas de comparação, conforme a ordem em que aparecem no instrumento da pesquisa, como mostra o quadro 17. Os problemas de composição foram três: P1, P4 e P5 sendo uma situação prototípica e duas de 1ª extensão. Os problemas de transformação foram apenas dois: o P2 e P3 sendo respectivamente uma situação prototípica e a outra de 1ª extensão. Já os problemas de comparação foram cinco situações: o P6, P7, P8, P9 e P10, sendo dois problemas de 2ª extensão, outros dois de 3ª extensão e o último representando uma situação de comparação de 4ª extensão.

5.1.1 Análise dos Problemas de composição (P1, P4 e P5)

No tocante aos problemas de composição, conforme apresentado na tabela anterior, o instrumento constou de três problemas dessa classe, foram eles: o P1, que se configura como protótipo, seguido do P4 e o P5, que se enquadram na 1ª extensão. Para facilitar a compreensão, abordaremos a análise dos problemas obedecendo a sequência em que foram apresentados no instrumento.

- Análise do Problema (P1)

O problema (P1), como já era esperado, foi a situação-problema em que houve o maior número de soluções corretas, isso se deve ao fato de que a mesma trata de uma situação prototípica de composição. “As situações de composição relacionam um todo por ações de juntar ou separar as partes de um todo sem promover transformações em nenhuma das partes” (BRASIL, 2014, p. 19).

As composições prototípicas são as primeiras noções de adição que as crianças desenvolvem antes mesmo de seu ingresso na escola e exigem operações mentais bastante simples. Segundo Vergnaud (2014) este tipo de problema pode ser resolvido sem grandes dificuldades, pois o raciocínio matemático envolvido é bastante simples e a resposta é praticamente intuitiva.

Nesse tipo de problema a ideia operatória não é a de acrescentar quantidades, mas a de juntar partes para compor o todo. São situações em que o raciocínio de solução está associado ao procedimento de contagem, algo que elas geralmente se apropriam e desenvolvem antes mesmo do início de escolarização

A seguir apresentamos um quadro com os resultados de desempenho dos alunos por turma, no problema P1.

Quadro 18 - Desempenho no problema protótipo de composição (P1), por turma, em percentual

PROBLEMA (P1)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Na turma que Maria estuda há 15 meninos e 17 meninas. Quantas crianças há na turma? 15 + 17=?	Composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido $\boxed{15}$ $\boxed{?}$ $\boxed{17}$ +	Acerto	90%	85%	70%
		Erro	10%	15%	30%
		Em branco	0%	0%	0%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov. /dez. 2018

Nesse tipo de situação o raciocínio da criança é intuitivo, sendo desenvolvido espontaneamente, e seguirá com ela como modelo (protótipo) pelo resto da vida (MAGINA *et al.*, 2001). O grau de dificuldade pode ser relativizado dependendo do conteúdo envolvido na situação e/ou dos valores numéricos expressos no enunciado o que pode causar uma certa dificuldade entre as crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mas, normalmente, são problemas geralmente resolvidos com certa facilidade por crianças em fase inicial de escolarização.

O resultado matemático das soluções corretas referentes ao P1, variou entre 70% a 90% entre as turmas e o resultado médio de acertos ficou na casa dos (81,66%), considerando as respostas dos 60 participantes que apresentaram uma estratégia com resultado correto. Contudo, chamou-nos a atenção o percentual de erros nessa questão (18,34 %) no geral, o que significa que 11(onze) dos 60 alunos apresentaram solução errada, sendo o caso mais expressivo o da turma “C” em que 6 (seis) dos 20 alunos, ou seja 30% não conseguiram resolver este problema de maneira satisfatória.

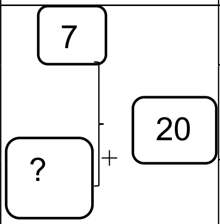
Os erros apresentados se deram por apresentarem aleatoriamente números do enunciado como resposta ou utilizarem, sem sucesso, estratégia pessoal como rabiscos ou mesmo o cálculo mental, esta última evidenciada pelo registro de apenas um valor numérico que não satisfez a questão ou ainda, pode ter sido devido à dificuldade na leitura dos enunciados prejudicando a compreensão. Não houve casos de "soluções" em branco.

No geral, o resultado mostra que a grande maioria dos alunos já dominam esse tipo de situação, pela simplicidade do raciocínio matemático envolvido e por se tratar de algo ao qual já estão habituados a resolver em seu cotidiano (realizar contagem, reunir partes para compor um todo). Quanto à estratégia utilizada, predominou o uso do algoritmo da adição (conta armada) complementado com a escrita da resposta à pergunta do enunciado por meio da língua materna.

- Análise do Problema (P4)

O problema P4 também se enquadra na categoria de composição, porém, já não se trata de situação prototípica, tendo em vista que apresenta uma das partes, o todo, e pede-se para achar a outra parte. Trata-se de um problema de 1ª extensão da categoria de composição. Segundo Magina *et al.* (2001; 2008), o grau de dificuldade que a 1ª extensão representa está diretamente relacionado com os valores que se atribui ao estado inicial (I) e ao estado final (F).

Quadro 19 - Desempenho no problema de composição da 1ª extensão (P4), por turma, em percentual

PROBLEMA (P4)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
No estojo de Paulo há 20 objetos entre lápis e canetas. Se os lápis são 7 (sete). Quantas são as canetas? 7+? = 20	 Composição com uma parte e o todo conhecidos.	Acerto	75%	45%	55%
		Erro	15%	35%	40
		Em branco	10%	20%	5%
		Total	100%	100%	100%

20-7=?					

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Nesse caso, os alunos poderiam optar, tanto pela subtração, aplicando a relação inversa que há entre a adição e subtração, fazendo (20-7= 13) ou pela estratégia de completar (princípio aditivo), partindo do 7 e ir seguindo com a contagem até chegar a 20, visto que os valores numéricos envolvidos na questão são relativamente baixos, inseridos apenas até a casa das dezenas. Em casos em que os valores numéricos são maiores, resolver por meio da ideia de completar já não é viável, o melhor mesmo é proceder através da subtração, utilizando o procedimento do algoritmo padrão.

Neste problema, observamos que (58,3 %) dos resultados apresentaram solução correta, resultado considerado de baixo desempenho visto que se trata de uma situação de 1ª extensão, embora não seja tão simples como os problemas protótipos, teoricamente não deveria representar grande complexidade para crianças dessa faixa etária e etapa escolar (VERGNAUD, 2014). As respostas consideradas erradas chegaram ao patamar de (30 %) seguidos de (11,7%) de respostas em branco.

O resultado mostra que 41,7% dos alunos não tiveram êxito na solução do problema, o que indica uma dificuldade em empregar a relação inversa existente entre as operações de adição e subtração, sobretudo nesses casos em que uma das partes que compõe o todo não são conhecidas.

O caso mais crítico foi da turma “B” com apenas 45% de acertos e consequentemente 55% entre erros e respostas em branco. Resultado considerado atípico para alunos nesta etapa escolar. Este fato nos leva a presumir que este tipo de problema não tem sido trabalhado adequadamente na escola.

- Análise do Problema (P5)

O problema P5, também representa uma composição de 1º extensão, trata-se de mais uma situação de relação parte-todo, contudo, há um grau de complexidade um pouco maior, em relação à situação anterior (P4), pois ao invés de relacionar duas partes em função do todo, o que é mais comum, os alunos terão que relacionar três partes.

Quadro 20 - Desempenho no problema de composição da 1ª extensão (P5), por turma, em percentual

PROBLEMA (P5)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Juca tem uma coleção de 65 figurinhas, guardadas em 3 envelopes, no primeiro envelope ele guardou 25 figurinhas. No segundo ele colocou 20. Quantas figurinhas ele colocou no terceiro envelope?	$\boxed{25}$ $\boxed{20}$ $\boxed{?}$ + $\boxed{65}$ Composição envolvendo três partes para formar o todo. com uma das partes desconhecida	Acerto	55%	35%	40%
		Erro	40%	30%	55%
		Em branco	5%	35%	5%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Neste caso, para solucionar o problema de forma mais econômica, o aluno teria que acionar um processo operatório mais sofisticado, tendo que realizar a adição das partes conhecidas (25+20= 45) e em seguida proceder com uma subtração do resultado dessa adição em relação ao todo ou seja, (65-45), para então, poder identificar a parte desconhecida que nesse caso é 20 figurinhas. Outra alternativa possível seria realizar duas subtrações sucessivas (65-25-20=20). Outras opções ainda seriam possíveis, mas não iremos conjecturar, visto que os alunos não apresentaram tais alternativas. Contudo, o percentual de acerto foi novamente considerado baixo, visto que a média de acertos alcançou pífios 43,3% entre as turmas.

Houve uma relativa diferença entre o desempenho das 3 turmas. A turma "A" apresentou um patamar de acerto acima dos 50% o que é razoável, a turma "C" 40%, baixo desempenho, mas o que chamou ainda mais nossa atenção foi o caso da turma "B" em que apenas 7(sete) dos 20 alunos, portanto (35%), conseguiram êxito nessa questão. É muito provável que este tipo de situação não tenha sido explorado adequadamente em sala de aula nessa turma, é notável a falta de familiaridade com esse tipo de problema, pois apesar de não ser uma situação trivial, se trabalhado com os alunos, desde o primeiro ciclo do Ensino

Fundamental, os alunos com certeza teriam um domínio maior ao chegarem no 2º ciclo, não é razoável que cerca de 2/3 dos alunos de uma turma de 5º ano não consigam resolver uma situação dessa natureza.

Vale ressaltar mais uma vez que a dificuldade não se encontra apenas no cálculo numérico, mas, em estabelecer as relações entre os dados numéricos que envolvem o problema e isto se desenvolve e se aperfeiçoa, através do enfrentamento e familiaridade com uma diversidade de situações (MAGINA *et al.*, 2001). Acreditar que os alunos alcançarão o domínio do campo aditivo apenas trabalhando situações prototípicas é uma ilusão pedagógica que precisa ser superada pelos professores que ensinam matemática, especialmente os que atuam nos anos inicias do ensino fundamental (VERGNAUD, 1996)

5.1.2 Análise dos problemas de transformação (P2 e P3)

A Classe de problemas aditivos de transformação compreende as situações que possuem em sua estrutura um estado inicial e uma transformação temporal que direciona para um estado final (SANTANA, 2012).

Essa classe de problema permite uma diversidade de variações, tendo em vista que, a incógnita pode ser colocada no estado inicial, no estado final ou na parte intermediária que é a própria transformação, podendo ser positiva ou negativa e envolver tanto a adição como a subtração. O teste diagnóstico apresentou dois problemas da categoria de transformação, (P2 e P3), que iremos analisá-los a seguir.

- Analise do Problema (P2)

O P2 apresentou uma transformação prototípica negativa com congruência semântica entre a palavra-chave e a operação a ser realizada, nesse caso, uma subtração. As crianças associam facilmente as palavras como perder, tirar, dar ou doar com a operação de subtração. Contudo, se queremos que os nossos alunos avancem no domínio dessas situações, não se recomenda o uso excessivo de palavras-chave.

A utilização excessiva de palavras-chave nos problemas em consonância semântica com operação a ser realizada prejudica a compreensão dos conceitos que envolvem a subtração, pois ao identificarem essas congruências semânticas elas costumam dar uma resposta oportunista e imediata sem analisar adequadamente a questão, o que muitas vezes se pensa ajudar pode atrapalhar as crianças a avançarem no domínio do campo aditivo (MAGINA *et al.*, 2001).

De acordo com Magina e colaboradores (2001), não é razoável, do ponto de vista cognitivo, que crianças a partir de sete anos ou mais apresentem grandes dificuldades na resolução desse tipo de problema. Uma vez que situações que envolvem ganhos e perdas fazem parte do repertório de situações que elas costumam lidar no dia a dia, antes mesmo de sua vida escolar.

Quadro 21 - Desempenho no problema protótipo de transformação (P2), por turma, em percentual

PROBLEMA (P2)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Paula tinha 40 figurinhas. Deu 15 para sua prima. Com quantas figurinhas Paula ficou? 40-15= ?	$\boxed{-15}$ $\boxed{40} \longrightarrow \boxed{?}$ Transformação negativa, com o estado final desconhecido	Acerto	65%	50%	40%
		Erro	35%	50%	60%
		Em branco	0%	0%	0%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

O problema P2, conforme já explicitado, representa uma situação prototípica de transformação. Conforme a descrição de Vergnaud (1996; 2014) são situações que envolvem um estado inicial, uma transformação, que pode ocorrer por ganho ou perda, por acréscimo ou decréscimo e um estado final. Assim, tanto podem envolver uma adição ou subtração. No caso específico do P2, ocorre uma transformação negativa por decréscimo (subtração) da quantidade de figurinhas na ação de Paula em doar 15 das 40 figurinhas que tinha para sua prima, restando-lhe 25 figurinhas.

O percentual de acerto nessa questão variou de 40 a 65 por cento (%) entre as turmas, uma diferença considerável haja vista que são todos praticamente da mesma faixa etária e etapa escolar. Isto nos leva a concluir que o diferencial se encontra no trabalho que o professor realiza em sala de aula e na forma de abordagem desses problemas com seus alunos.

Nesta situação, os alunos têm explícito no enunciado o estado inicial e a transformação e pede-se para que o aluno encontre o estado final. Para encontrar a solução os alunos precisam demonstrar conhecimento do sistema de numeração decimal, compreender o raciocínio envolvido estabelecendo o cálculo numérico e relacional e escolher uma estratégia que conduza a solução almejada (SANTANA, 2012). Trata-se de um problema teoricamente fácil, contudo o resultado apresentado mostrou que muitos alunos não conseguiram resolver adequadamente, apesar de que 73,33% dos alunos terem escolhido a operação adequada (subtração), esbarraram na dificuldade de realizar o cálculo por se tratar de uma subtração com reserva ou reagrupamento em que é necessário pelo modo usual (algoritmo) realizar as trocas de unidades no valor posicional, neste caso, teriam que trocar 1 (uma) dezena por 10 (dez) unidades para poder realizar a subtração de 40-15 e então encontrar o resultado esperado 25. Essa foi a grande dificuldade observada que conduziu muitos alunos ao erro.

Para Milan (2017), o SDN é regido por algumas regularidades, e seu funcionamento é considerado complexo, principalmente no que se refere à posição dos algarismos no numeral, acarretando obstáculos em seu ensino e na sua aprendizagem. Assim, para que os alunos tenham sucesso neste tipo de tarefa, faz-se necessário que tenham a compreensão sobre o Sistema de Numeração Decimal – SDN, e percebam que neste sistema, utilizamos a estratégia de agrupamentos, de modo que: juntamos dez unidades para compor uma dezena, dez dezenas para compor uma centena, e assim por diante. Este conhecimento é inclusive requisitado na hora de fazer os cálculos por meio dos algoritmos formais da adição e/ou da subtração (Ibid.).

- Análise do Problema (P3)

O problema P3 se caracteriza como transformação de 1ª extensão. É o tipo de situação em que se tem o estado inicial, o estado final e procura-se a transformação. No caso do P3, o procedimento esperado é que o aluno realize uma subtração já que não faz sentido somar duas medidas de um intervalo. Apresentaremos no quadro a seguir como foi o desempenho dos alunos nesse problema.

Quadro 22 - Desempenho no problema de transformação - 1ª extensão (P3), por turma, em percentual

PROBLEMA (P3)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Bruna coleciona tampinhas de garrafa. Ela tinha 28 tampinhas, ganhou algumas de sua tia e agora tem 37. Quantas tampinhas ela ganhou da tia? 37-28=?	+? $28 \rightarrow 37$ Transformação desconhecida, com F > I	Acerto	50%	35%	45%
		Erro	50%	55%	55%
		Em branco	0%	10%	0%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Para solucionar este problema, o aluno precisaria acionar seus conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e ser capaz de perceber e aplicar a propriedade de relação inversa que há entre a adição e a subtração e nos casos de escolha do algoritmo da subtração realizar a troca de uma dezena por dez unidades para poder solucionar a situação, efetuando (37-28=) para chegar a resposta esperada 9 tampinhas.

Apesar do fato de que a maioria dos alunos tenha optado pela escolha da subtração e aplicado o algoritmo padrão, apenas 43,3% dos resultados apresentaram solução correta. Embora tenha havido predominância do algoritmo da subtração dentre as estratégias de solução apresentadas, o índice de acerto foi baixo, mais uma vez notamos a dificuldade dos alunos em realizarem a chamada subtração com reserva ou reagrupamento, que são os casos em que em alguma ordem do minuendo há um valor menor que no subtraendo, sendo necessário que se proceda as trocas de unidades no valor posicional dos numerais. Assim nos chamou à atenção a quantidade de respostas erradas, atingindo (53,3%) do total.

Outra explicação provável para o baixo desempenho na referida situação está relacionada com a incongruência semântica entre a palavra-chave “ganhou” e a subtração, pois apesar de Bruna ter ganhado algumas tampinhas de sua tia, para saber quantas tampinhas ela ganhou, os alunos teriam que subtrair 28 de 37 e, no entanto, menos da metade conseguiram utilizar este raciocínio.

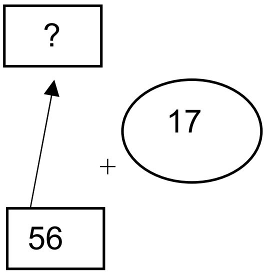
O uso da palavra-chave “ganhou”, é o que pode ter levado 30% dos alunos a utilizarem a operação de adição em vez de subtração. Uma vez que ela é geralmente utilizada como palavra-chave indicadora de uma adição. Isto se deve ao fato de que muitos professores costumam utilizar essa congruência semântica para introduzirem a operação de adição destacando que palavras como “mais”, “receber”, “ganhar”, estão via de regra relacionadas à adição, de maneira semelhante, palavras-chave como “menos” “tirar”, “perder”, “dar” e “emprestar” por exemplo, tem relação direta com a operação de subtração (MAGINA, *et al.*, 2001). Contudo, como vimos no P3, às vezes o uso desse tipo de artifício tentando “facilitar” ao aluno, a escolha correta da operação a ser realizada pode provocar um efeito contrário e inibir a capacidade do aluno de refletir melhor sobre o cálculo relacional que o problema exige, conduzindo-o ao erro.

5.1.3 Análise dos Problemas de comparação (P6, P7, P8, P9 e P10)

Nesta categoria de problemas aditivos, relaciona-se duas quantidades comparativamente, ao que Vergnaud (1996) denominou de: medida, relação e medida novamente. Dito de outra maneira, é o tipo de problema em que uma relação liga duas medidas. Segundo Magina *et al.* (2001; 2008) os problemas aditivos de comparação podem ser de 2ª; 3ª ou 4ª extensão.

O instrumento diagnóstico utilizado na pesquisa apresentou 5 (cinco) problemas dessa classe. O P6 e P7 são exemplos de comparação com o referido desconhecido e classificados como de 2ª extensão; os problemas P8 e P9 em que se estabelece comparações positiva e negativa respectivamente, tendo os grupos ou medidas conhecidas e se desconhece a relação, ambos classificados como de 3ª extensão. E por fim, temos o P10, classificado como problema comparativo de 4ª extensão em que se busca encontrar o referido a partir do referente e a relação entre eles. Apresentamos a seguir a análise dos problemas de comparação.

Quadro 23 - Desempenho no problema de comparação - 2ª extensão (P6), por turma, em percentual

PROBLEMA (P6)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Marcos fez 56 pontos num jogo e Lucas fez 17 pontos a mais que ele. Quantos pontos fez o Lucas? 56+17= ?		Acerto	45%	60%	45%
		Erro	50%	20%	45%
		Em branco	5%	20%	10%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

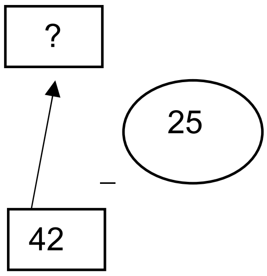
O problema (P6) envolve uma situação aditiva de comparação positiva. Trata-se de um caso de Comparação de 2ª extensão, em que o "referente" e a "relação" são dados e procura-se o referido. Segundo Magina *et al.* (2001), neste tipo de situação é fundamental que o aluno perceba a relação como uma comparação entre os grupos ou medidas. Neste exemplo, o procedimento adequado é partir do valor conhecido 56 (referente) e como se trata de uma relação positiva, adiciona-se o valor da relação entre os dois grupos (+17) para encontrar o referido que neste caso é 73 pontos.

Neste problema, observamos que metade dos alunos obteve êxito, independente da estratégia utilizada, 45% erraram na resposta e 11, 67% deixaram a questão em branco.

- Análise do Problema P7

O problema (P7) também está classificado como comparação de 2ª extensão, a diferença em relação ao problema anterior (P6) é que neste espera-se que resolva por meio de uma subtração, entre o referente 42 figurinhas e a relação subtrativa 25 "a menos", para encontrar o referido 17 figurinhas.

Quadro 24 - Desempenho no problema de comparação - 2ª extensão (P7), por turma, em percentual

PROBLEMA (P7)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Carlos tem 42 figurinhas em seu álbum. Paulo tem 25 a menos que ele. Quantas figurinhas tem Paulo?		Acerto	45%	40%	35%
		Erro	50%	40%	65%
		Em branco	5%	20%	10%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Este tipo de problema aparentemente simples, representa um grau de dificuldade significativo, mesmo para crianças de 9 a 11 anos de idade que se encontram no 4º ou 5º ano do ensino fundamental, inclusive para aqueles que já dominam a técnica do algoritmo da adição ou da subtração.

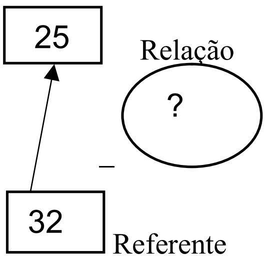
Assim, compreender os conceitos que envolvem a adição ou a subtração, vai além de resolver continhas efetuando apenas o cálculo numérico. É necessário, entre outros aspectos, compreender as relações que se estabelecem no enunciado entre referente e referido e entre medidas e transformações e a apropriação desses conceitos somente será possível através do enfrentamento e familiaridade com uma diversidade de situações.

- Análise do Problema P8

O problema (P8) é uma situação aditiva de 3ª extensão, do tipo comparação e por sua estrutura apresenta uma complexidade maior que as anteriores. Onde se tem os grupos conhecidos e se desconhece a relação entre eles. Apesar de ser dado o valor dos grupos, em geral, não fica claro para as crianças quem é o referente e quem é o referido (MAGINA *et al.,* 2008). Um caminho viável seria o aluno tentar identificar primeiro o referente através da frase " em que turma tem mais alunos? " No caso seria a turma de Carlos com 32 alunos, uma vez conhecido o referente calcula-se a relação por meio de uma subtração entre referente e referido (32-25=?). O resultado 7 (sete), a ser encontrado é a relação entre eles.

Em situações como esta os alunos podem, ainda, percorrer caminhos/estratégias diferentes, uma delas seria a de subtrair o valor de uma das medidas pela outra, ou proceder partindo do valor menor, completando até igualar a mesma quantidade do outro e assim, perceber a diferença entre eles. Na realidade o mais importante nesse tipo de situação é que o aluno compreenda que a pergunta se refere à diferença entre as quantidades e não sobre as próprias quantidades (MAGINA *et al*., 2001). Vejamos como foi o desempenho dos alunos nessa questão.

Quadro 25 - Desempenho no problema de comparação - 3ª extensão (P8), por turma, em percentual

PROBLEMA (P8)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO (Subcategorias)	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Na turma de Lia há 25 alunos. Na turma de Carlos há 32. Em que turma há mais alunos? Quantos a mais? 32-25= ?	Referido  Comparação com referente e referido conhecidos	Acerto	35%	30%	25%
		Erro	65%	45%	65%
		Em branco	0%	25%	10%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Essa questão foi uma das que obtiveram os menores índices de acertos pífios (30%), ficando atrás apenas da situação P 10. Certamente o uso da expressão "mais" pode ter conduzido muitos deles ao erro, associando-a como de costume à operação de adição, pois notamos que vários alunos procederam dessa forma, muitos também não responderam a segunda pergunta do problema (quantos a mais?) Ou responderam de maneira equivocada com o valor 32. O desafio maior é os alunos conseguirem identificar qual dos grupos conhecidos é o referente e qual deles representa o referido, para então proceder com o cálculo em busca da solução.

Em situações como esta os alunos podem percorrer caminhos/estratégias diferentes, uma delas seria a de subtrair o valor de uma das medidas pela outra, ou proceder partindo do valor menor, completando até igualar a mesma quantidade do outro e assim, perceber a diferença entre eles. Na realidade o mais importante nesse tipo de situação é que o aluno compreenda que a pergunta se refere a diferença entre as quantidades e não sobre as próprias quantidades.

- Análise do Problema P9

Este problema também se enquadra na classe de comparação de 3ª extensão e o procedimento para a solução é mesmo da questão anterior P8. A diferença encontra-se nas perguntas, agora as questões são " quem tem menos? " e "quantos a menos" assim, a relação entre as duas medidas é negativa. Contudo o cerne da questão continua sendo o que a criança consiga compreender que a pergunta se refere à diferença entre as quantidades e não às quantidades propriamente ditas. Vejamos como foi o desempenho dos alunos nessa questão no quadro a seguir:

Quadro 26 - Desempenho no problema de comparação - 3ª extensão (P9), por turma, em percentual

PROBLEMA (P9)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Paulo tem 12 brinquedos. E Lucas tem 20 brinquedos. Quem tem menos brinquedos? Quantos a menos.	Referido 20 Relação - ? 12 Referente	Acerto	50%	35%	30%
		Erro	45%	35%	60%
		Em branco	5%	30%	10%
20- 12 = ?	Comparação com referente e referido conhecidos	Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Segundo Magina *et al.* (2001; 2008) é comum que as crianças nessa etapa escolar consigam responder à primeira pergunta como no caso do P9, "quem tem menos brinquedos?" Porém calcular a relação e responder à segunda pergunta, " quantos a menos? " é tarefa mais difícil, alguns respondem utilizando números do enunciado, neste caso alguns responderam utilizando o valor menor 12, não conseguindo perceber que a pergunta é sobre a diferença entre as medidas e não sobre elas propriamente ditas.

No total, observamos que 38,3% obtiveram êxito na solução, 15% deixaram em branco e os demais 46,7% optaram por estratégias não exitosas, erro no cálculo ainda que tenha escolhido a operação certa, escolha equivocada da operação inversa, uso de números do enunciado entre outras.

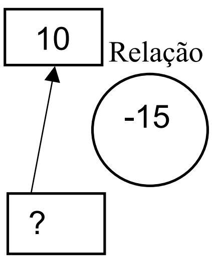
Assim, conforme postulado por Vergnaud (1996; 2014) e Magina *et al.* (2001; 2008), a medida que as extensões vão aumentando as dificuldades também progridem, exigindo raciocínio matemático cada vez mais complexo.

- Analise do Problema 10

O problema P10 classifica-se como de comparação de 4ª extensão, é o tipo de situação em que se pede para encontrar o referente a partir do referido e a relação entre eles. É um problema considerado difícil, visto que normalmente pensamos sobre o referente e a partir dele buscamos o referido como tem sido os demais problemas de comparação constantes do instrumento diagnóstico da pesquisa, a saber, o P6, P7, P8 e P9, contudo no P10, a situação é exatamente a oposta.

O quadro 27, a seguir, ilustra o desempenho dos alunos das três escolas participantes nessa questão.

Quadro 27 - Desempenho no problema de comparação - 4ª extensão (P10), por turma, em percentual

PROBLEMA (P10)	CÁLCULO RELACIONAL	RESULTADO	TURMA A (%)	TURMA B (%)	TURMA C (%)
Lia tem algumas balas e Zeca tem 15 balas a menos que Lia. Sabendo que Zeca tem 10 balas, quantas balas tem Lia?	Referido  Referente Comparação com referido e relação conhecidos.	Acerto	20%	45%	20%
		Erro	60%	20%	70%
		Em branco	15%	35%	10%
		Total	100%	100%	100%

Fonte: relatório da pesquisa nas escolas participantes (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Procurar o referido, tendo conhecidos o referente e a relação, não é tarefa trivial, contudo, calcular o referente a partir do referido é ainda mais complexo e exige do aluno esquemas-de-ação ainda mais sofisticados. De modo que, não tendo de onde partir aumenta a dificuldade para que a criança consiga realizar o cálculo relacional. (VERGNAUD,1996; SANTANA, 2012; MAGINA *et al.,* 2001). Os resultados desta pesquisa evidenciam isto, pois apenas 28,3% dos alunos acertaram a resposta, 51,7% erraram a questão e 20 % dos alunos optaram por deixar a questão em branco, evidenciando que de fato é um problema bastante complexo e sua apropriação pelos alunos somente será possível se os professores possibilitarem a manipulação com esse tipo de situação.

5.2 **Estratégias de resolução de problemas aditivos dos alunos por escola**

Na perspectiva de sintetizar e apresentar de forma clara e sistemática as estratégias de solução dos problemas aditivos empregadas pelos alunos na atividade de sondagem (Apêndice A), instrumento de investigação, realizamos um levantamento por turma, a fim de identificá-las, considerando os diversos esquemas e raciocínios desenvolvidos, independentemente de acertos e erros. Neste processo, observamos a ocorrência de estratégias convencionais (conta armada/algoritmo) e as estratégias não convencionais, tais como os esquemas pessoais dos alunos que são processos alternativos ao uso dos algoritmos padronizados, como as representações por meio de desenhos, tracinhos, bolinhas, etc.

5.2.1 Escola A

Na escola A, 20 alunos de 5º ano, na faixa etária entre 10 a 11 anos, participaram da pesquisa e responderam ao teste diagnóstico com 10 situações-problema de estrutura aditiva. No conjunto das soluções, apresentaram 5 (cinco) tipos de estratégias: algoritmo da adição, algoritmo da subtração, estratégia pessoal, uso de números do enunciado e “respostas” em branco, esta última, representando a categoria em que verificamos a ausência de qualquer tipo de registro por parte dos alunos. Dentre as estratégias pessoais, predominaram o uso de rabiscos, tracinhos e bolinhas, às vezes, associados a um sinal operatório + (mais) ou o – (menos) na tentativa de demonstrar o raciocínio utilizado na solução do problema.

Nessa escola, 9 (nove) situações no total, foram deixadas em branco pelos alunos, um número baixo considerando que atividade proposta continha 10 situações-problema a serem resolvidas e que 20 alunos da turma realizaram a atividade, o que nos dá 200 (duzentos protocolos) na turma.

Dentre as questões deixadas em branco, observamos que foram: 2 (duas) do P4, 1(uma) do P5, 1 (uma) do P6, 1(uma) do P7, 1 (uma) do P9 e 3 (três) ocorrências do P10. Nessa turma, observamos que o problema P10 foi o que representou maior dificuldade, isto fica evidenciado tanto pela maior ocorrência de casos deixados em branco (15%), como também pelo baixo índice de acertos (28,3%), como mostraremos mais detalhadamente no gráfico 1, no tópico de análise do desempenho dos alunos por turma.

A tabela 1 a seguir, que traz detalhadamente as estratégias esboçadas pelos alunos da referida turma, no processo de resolução dos problemas aditivos propostos no teste diagnóstico e exploratório, independente de erros e acertos. Quanto aos acertos e erros, abordaremos mais adiante, bem como a análise qualitativa das soluções apresentadas.

Tabela 1 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola A

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	95%	5%	0%	0%	0%	100%
P2	10%	80%	0%	10%	0%	100%
P3	20%	55%	0%	25%	0%	100%
P4	15%	55%	0%	20%	10%	100%
P5	45%	15%	5%	35%	5%	100%
			Continua...			
P6	45%	25%	20%	5%	5%	100%
P7	10%	65%	20%	0%	5%	100%
P8	25%	45%	20%	10%	0%	100%
P 9	5%	60%	10%	20%	5%	100%
P10	20%	40%	5%	20%	15%	100%

Fonte: elaborado pelo autor, com base no relatório da pesquisa

Na maioria dos casos os alunos optaram pelo uso do algoritmo formal (conta armada) tanto da adição como da subtração, como já presumíamos, tendo em vista que há uma tendência por parte dos professores que ensinam matemática em explorar esta estratégia, quase que exclusivamente, num processo de linearização do ensino (SANTANA, 2012).

Há uma ênfase sobre o uso dos algoritmos para resolver estes tipos de problemas, contudo, é importante frisar que é possível resolvê-los por meio de outros procedimentos e isto precisa ser trabalhado com os alunos para lhes proporcionar maior autonomia na organização e representação dos seus esquemas mentais na solução dos problemas (BRASIL,1997; VERGNAUD,1996; BRASIL, 2017).

Contudo, observamos que surgiram entre as respostas, outras estratégias, tais como, estratégia pessoal, com a representação dos esquemas de solução por meio de rabiscos (tracinhos, bolinhas) às vezes associados a um sinal operatório de + (mais) ou de – (menos) indicando uma sentença matemática, além do uso de números do enunciado e em alguns casos, os alunos deixaram a questão em branco.

Os problemas protótipos requeriam a solução por meio de uma adição no P1 e de uma subtração no P2, nestes casos a grande maioria dos alunos não tiveram dificuldade em detectar a operação adequada para cada caso, pois 95% escolheram corretamente a adição no P1 e 80 % optaram pela subtração no P2. Isto evidencia que há entre os alunos uma certa familiaridade com estes tipos de problemas, pois geralmente este modelo (situação prototípica) é bastante explorado em sala de aula pelos professores. Contudo, a escolha da operação adequada, não correspondeu igualmente ao percentual de acertos, como apresentado no tópico sobre o desempenho dos alunos na solução dos problemas.

Nos demais problemas nota-se que os alunos apresentaram divergências significativas quanto à escolha da operação a ser resolvida e também esboçaram estratégias pessoais, sem uso do algoritmo formal e, em outros casos sequer tentaram resolver, deixando a questão em branco. Por exemplo, no P4 (No estojo de Paulo há 20 objetos entre lápis e canetas. Se os lápis são 7 (Sete), quantas são as canetas?) 15% dos alunos escolheram resolver por meio da adição, 55% optaram pela subtração, 20% utilizaram estratégia pessoal sem o emprego dos algoritmos formais (conta armada) e 10% não apresentaram registro de tentativa de solução, deixando a questão em branco. Isto mostra que a medida que os problemas vão avançando nas extensões, exigem raciocínio matemático mais complexo, representando um grau maior de dificuldade em relação as situações prototípicas. Por essa razão, Vergnaud (1996;2014) destaca a importância de se trabalhar uma variedade de situações para que os alunos dominem um determinado campo conceitual como é o caso do CA.

5.2.2 Escola B

Na escola B, também 20 alunos de 5º ano realizaram a atividade proposta, nesta turma os alunos se encontravam na faixa etária entre 10 a 11 anos, e esboçaram soluções abrangendo 5 (cinco) tipos de estratégias: algoritmo da adição, algoritmo da subtração, estratégia pessoal (rabiscos e outras representações), uso de números do enunciado e situações deixadas em branco.

Dentre essas estratégias, predominaram o uso dos algoritmos da subtração e da adição, seguido de "soluções" em branco, categoria denominada para representar os casos e que observamos a inexistência de qualquer tipo de registro por parte dos sujeitos diante da situação proposta. Isto, leva-nos a conjecturar que nestes casos os alunos tenham tido maior dificuldade e sequer ousaram tentar resolver, também verificamos o uso de estratégias pessoais e o uso de números do enunciado respectivamente.

A tabela a seguir, apresenta os percentuais de cada estratégia utilizada pelos alunos da turma (B) no processo de resolução dos problemas propostos.

Tabela 2 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola B

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	60%	0%	10%	25%	5%	100%
P2	15%	60%	10%	10%	5%	100%
P3	20%	50%	0%	20%	10%	100%
P4	10%	50%	10%	20%	20%	100%
P5	40%	10%	10%	5%	35%	100%
P6	60%	10%	5%	15%	20%	100%
P7	0%	60%	20%	0%	20%	100%

P8	15%	40%	0%	20%	25%	100%
P 9	0%	50%	0%	20%	30%	100%
P10	20%	40%	5%	10%	35%	100

Fonte: elaborado pelo autor, com base no relatório da pesquisa

Na referida turma, chamou-nos a atenção o número de ocorrências de situações deixadas em branco, 39 (trinta e nove) no total. Estas ocorrências apresentaram-se distribuídas da seguinte forma: forma 2 (duas) ocorrências no P3, 4 (quatro) no P4, 7 (sete) no P5, 4 (quatro) do P6, 4 (quatro) no P7, 5 (cinco) no P8, 6 (seis) no P9 e finalmente, 7 (sete) no Problema P10. Isto evidencia que os alunos desta turma ainda apresentam uma dificuldade significativa na compreensão das situações aditivas, certamente pelo fato de os enunciados dos problemas propostos apresentarem estruturas diferentes das que estão habituados (situações prototípicas) de composição (relação parte-todo) e que geralmente os professores que ensinam matemática nos anos iniciais mais exploram.

Observamos também, que mesmo nas questões prototípicas, P1 e P2 apenas 60% dos alunos da turma escolheram a operação adequada para cada situação, ou seja, adição no P1 e subtração no P2. Estes problemas são bastante simples, são situações com as quais as crianças têm, geralmente, certa familiaridade, sem contar que o enunciando já traz todos os dados necessários para a identificação da operação a ser utilizada e para sua resolução. Ainda assim, 40% dos alunos não identificaram corretamente as operações a serem resolvidas em cada caso. Os dados mostram também que 10% dos alunos tanto no P1 quanto no P2, utilizaram aleatoriamente, números do enunciado para "responder" à questão, sinalizando a falta de compreensão mesmo nestes problemas mais simples.

Os dados mostram também, que o caso de situações deixadas em branco foi bastante expressivo, sendo os problemas P5, P9 e P10, os casos em que houve maior incidência de "respostas" em branco com 35%, 30% e 35 respectivamente.

Estes números revelam pouca familiaridade dos alunos com esses tipos de problemas, o que nos leva a ponderar a falta de uma exploração maior em sala de aula com a variedade dos problemas aditivos em todas as suas categorias e extensões conforme classificação elaborada por Vergnaud (2014) e Magina *et al*. (2001; 2008).

Assim, faz-se necessário que sejam apresentadas aos alunos problemas aditivos de diferentes categorias (composição, comparação e transformação), em suas variadas formas e combinações, com graus de complexidade também distintos e que envolvam situações do contexto da vida real dos alunos. Vergnaud (1996; 2014) nos explica que para o domínio de um conceito, faz-se necessário uma variedade de situações. Não é com a prática repetitiva de um modelo único de atividade/problema ou exercícios repetitivos de mesma natureza, que a as crianças/alunos irão dominar o Campo Aditivo.

Contudo, professores e alunos, por vezes, acabam relacionado o ensino e a aprendizagem matemática às ideias e às técnicas reproduzidas num contexto de exercícios repetitivos, em que o professor assume a responsabilidade de expor as técnicas e aos alunos cabe reproduzir, de forma mecânica, ideias das quais desconhecem aplicabilidades em contextos diferentes dos quais estão habituados a lidar.

Desse modo, é importante um trabalho com a metodologia de resolução de problemas no ensino de matemática para desenvolver maior autonomia e ampliar o repertório de esquemas de solução dos problemas, por parte dos alunos, compreendendo inclusive que para um mesmo problema pode haver mais de uma solução ou mais de um caminho para a resposta esperada.

5.2.3 Escola C

Na escola C, também 20 alunos de 5º ano participaram da pesquisa e realizaram a atividade proposta, estes, na faixa etária de 10 a 11 anos. Ao analisar os protocolos de respostas na referida turma, verificamos que entre os esquemas de resolução, surgiram 5 (cinco) tipos de estratégias, semelhantes aos das turmas A e B, variando apenas o número de ocorrências dessas estratégias entre as situações-problema do teste.

Assim, as estratégias apresentadas foram: algoritmo da adição, algoritmo da subtração, uso de números do enunciado, estratégia pessoal e “ soluções” em branco. Dentre estas, houve mais uma vez, maior incidência do uso dos algoritmos da subtração e da adição, seguidos de estratégia pessoal, escolha de números do enunciado e em menor ocorrência, situações deixadas em branco. As situações deixadas em branco distribuíram-se da seguinte forma: 1 (uma) ocorrência no P4, 1 (uma) no P5, 2 (duas) no P6, 2 (duas) no P7, 2 (duas) no P8, 2 (duas) no P9 e 2 (duas) no P10, totalizando 12 ocorrências de situações deixadas em branco.

Tabela 3 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola C

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	70%	0%	15%	15%	0%	100%
P2	0%	80%	10%	10%	0%	100%
P3	50%	25%	0%	25%	0%	100%
P4	20%	50%	10%	15%	5%	100%
P5	40%	20%	0%	35%	5%	100%
P6	55%	15%	10%	10%	10%	100%
P7	15%	55%	10%	10%	10%	100%
P8	40%	30%	10%	10%	10%	100%
P 9	5%	50%	15%	20%	10%	100%
P10	30%	40%	5%	15%	10%	100%

Fonte: elaborado pelo autor, com base no relatório da pesquisa

Na escola C os alunos apresentaram as mesmas categorias de estratégias das escolas anteriores, ou seja, algoritmo da adição, algoritmo da subtração, uso de números do enunciado, estratégia pessoal e também os casos em que deixaram os problemas em branco, esboçar qualquer registro de a tentativa de responder à questão.

De maneira semelhante às turmas analisadas anteriormente, nos casos dos problemas protótipos P1 e P2 a maioria dos alunos da turma conseguiu identificar a operação adequada para resolver os referidos problemas, no P1 70% escolheram corretamente a adição para solucionar o problema e 80% no P2 escolheram adequadamente a subtração. Nos demais problemas a exemplo das outras turmas, houve uma divergência considerável entre os alunos sobre a escolha da operação ou procedimento a ser usado na solução das questões. Com exceção dos problemas P3 e P5, tivemos registros de estratégia de usar números do enunciado como resposta, em todos esses casos os alunos cometeram erro, pois os números dos enunciados em nenhuma situação serviria como resposta correta. Já em relação às "respostas" em branco, houve incidência em 7 (sete) dos 10 (dez) problemas constantes da atividade instrumento da pesquisa, tudo isso evidencia que o domínio do CA por esses alunos ainda é um desafio a ser superado.

Os problemas aditivos, como já explicitado, em sua solução exige apenas o recurso à adição ou subtração ou a composição dessas operações, contudo, o resultado mostra que dependendo do problema e das relações estabelecidas em seu enunciado, nem sempre é fácil para os alunos identificarem qual a operação mais adequada para solucionar o problema. Daí ser tão comum que os alunos perguntem aos professores: é conta de mais ou de menos? Os dados da tabela 3, evidenciam a falta de domínio dos alunos sobre o CA e denuncia a necessidade de se trabalhar estas classes de problemas com mais profundidade, considerando todas as categorias e variações das estruturas aditivas explorando os diversos conceitos e as relações inerentes a este campo conceitual.

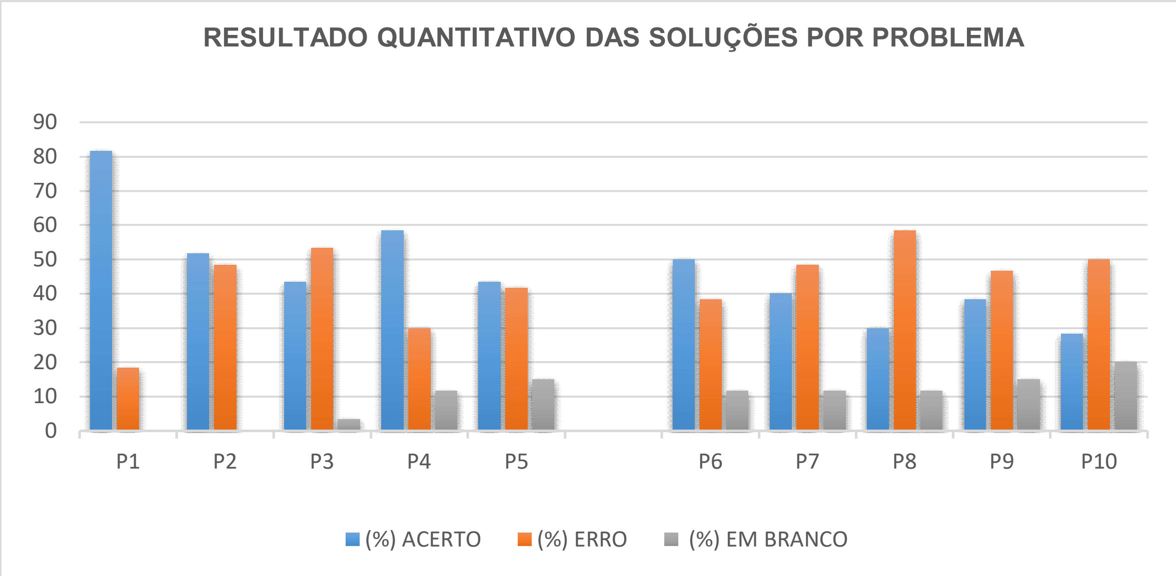
No tópico a seguir apresentaremos o percentual referente ao resultado das soluções de todos os participantes da pesquisa, correlatas às categorias de correção (certo, errado e em branco), visto que esta é uma das formas mais usuais de correção nas avaliações de atividades de Matemática empregadas pelos professores no âmbito escolar.

5.3 **Desempenho geral dos alunos por problema**

No intuito de analisar o desempenho de todos os alunos participantes da pesquisa na resolução dos problemas propostos, observamos os índices de acerto, erro e situações deixadas em branco, considerando cada um dos 10 (dez) problemas aditivos e os 60 (sessenta) alunos participantes. Os dados obtidos sobre o desempenho dos alunos revelaram as seguintes taxas de acertos por problema: (81,66%) de acertos no P1(situação prototípica de composição), (51,67%) no P2 (situação prototípica de transformação), (43,3%) no P3 (situação de transformação de 1ª extensão), (58,3%) no P4 (situação de composição de 1ª extensão), (45%) no P5 (situação de composição 1ª extensão), (50 %) no P6 (situação de comparação de 2ª extensão) , (40 %) no P7 (situação de comparação de 2ª extensão), (30%) no P8 (situação de comparação de 3ª extensão), (38,3%) no P9 (situação de comparação de 3ª extensão) e (28,3 %) no problema 10 (situação de comparação de 4ª extensão).

Para facilitar a leitura e compreensão destes dados apresentamos o gráfico1 a seguir, com os percentuais de acertos, considerando as soluções de todos os 60 alunos participantes da pesquisa.

Quadro 28 – Porcentagem das soluções dos problemas quanto ao resultado



Fonte: Escolas participantes da pesquisa (Ea, Eb e Ec) em nov./dez. 2018

Estes percentuais de desempenho apresentados no gráfico 1 apontam que existe uma lacuna a ser preenchida no tocante à compreensão e domínio dos problemas aditivos pelos alunos. O número de acertos dos alunos, no geral, foi considerado baixo, pois em apenas três problemas P1, P2 e P3 os alunos ultrapassaram a casa dos 50% de acertos. Sendo os problemas P8 e P10 os casos em que houve as menores taxas de acertos apenas 30% e 28,3% respectivamente. Ora, nestes casos, somados as taxas de erro e em branco chegam a ultrapassar a casa dos 70%, isto mostra que a aprendizagem dos alunos neste campo, mesmo ao final do segundo ciclo do Ensino Fundamental (5º ano), ainda está muito distante do ideal.

É certo que o domínio de um campo conceitual como o das estruturas aditivas por exemplo, demanda um certo período de tempo, maturidade e experiência como nos assegura Vergnaud (1996). Ainda assim, não dá para negar que os índices de êxitos dos alunos foram baixíssimos, seria normal, que a medida que as extensões dos problemas fossem aumentando que os alunos tivessem maior dificuldade pelo aumento do grau de complexidade que cada extensão dos problemas apresentam.

No entanto, o que os dados nos mostram é que a dificuldade perpassou por praticamente todas as categorias dos problemas propostos, com exceção das situações prototípicas, sobretudo no P1 com 80% de acertos, situação que envolve uma composição simples em que os alunos apenas teriam que buscar juntar partes para compor um todo.

No P2, embora também uma situação prototípica, só que desta vez envolvendo uma subtração, os alunos já caíram de rendimento, alcançando apenas 51,67% de acertos, embora 80% dos alunos tenham identificado corretamente a operação a ser realizada. Isto mostra que a subtração representa um grau de dificuldade maior que a adição, sobretudo nos casos em que se faz necessário reagrupamentos.

Contudo, Vergnaud (2014) explica-nos que as dificuldades em solucionar corretamente os problemas, vão além da realização do cálculo numérico, mas principalmente em estabelecer o cálculo relacional envolvido na situação-problema.

Sobre o cálculo relacional, Passoni e Campos (2005, p. 49) afirmam que “ o cálculo relacional diz respeito aos números que nos enunciados podem representar estados ou transformações”. Para esses autores (Ibid.) estas relações, em alguns casos, são simples constatações que podemos fazer sobre a realidade. Porém, nem sempre elas são constatáveis e devem ser inferidas ou aceitas. Mesmo quando são constatáveis, nem sempre os alunos são capazes de realizar tais constatações, pois estas supõem uma atividade material e intelectual que pode estar acima das suas possibilidades.

5.4 **Análise qualitativa dos principais erros detectados nos protocolos de respostas dos alunos**

Na análise quantitativa apresentada anteriormente, revelou numericamente os índices de acertos, erros e situações não resolvidas (deixadas em branco), bem como o percentual das estratégias escolhidas na solução das situações-problema propostas no instrumento diagnóstico da pesquisa envolvendo os 60 (sessenta) alunos participantes das três escolas (A, B e C). Uma análise quantitativa, contudo, não revela os esquemas de resolução adotados pelos alunos, nem as principais dificuldades e empecilhos esboçados por eles na solução destes problemas. Assim, para que possamos compreender os aspectos intrínsecos ao processo de aprendizagem, faz-se necessário a realização de uma análise qualitativa detalhada e minuciosa dos dados (SANTANA, 2012).

É importante destacar que o objetivo central desta análise é o de identificar e revelar os principais erros cometidos pelos alunos ao resolverem os problemas aditivos propostos no instrumento de investigação (Apêndice A), assim como, mostrar uma possível ligação dos erros com as categorias e extensões das situações-problema propostas. Neste processo, de análise e leitura dos dados, também buscamos identificar os esquemas de resolução utilizados pelos alunos partícipes da investigação.

Nesta análise, os erros foram classificados, a partir das correções dos protocolos de respostas dos alunos, sendo agrupados em três categorias: I erro no cálculo numérico, II erro no cálculo relacional, e III as situações deixadas em branco, consideradas aqui, também como um procedimento de "erro", representando as situações em que os alunos não esboçaram nenhum registro de solução.

No intuito de facilitar a leitura, apresentaremos as classificações dos erros ao passo que a análise for se processando. Os exemplos serão apresentados seguindo a ordem das categorias principais dos problemas aditivos, a saber: composição, transformação e comparação, respectivamente. Sendo que os problemas de composição foram: P1, P4 e P5; os problemas de transformação foram: o P2 e P3 e os demais, P6, P7, P8, P9 e o P10, todos problemas aditivos de comparação.

Vale ressaltar que durante a análise, visando preservar a identidade dos alunos (sujeitos da pesquisa), usaremos nomes fictícios, a saber: (Luiz, Bruna, Zeca, Bia, Luca, Gil, Bianca, Júlio, Túlio, Pedro, Rita e Zito).

A Tabela 4 a seguir, apresenta o percentual dos diferentes tipos de erro de cada grupo de alunos por escola no teste diagnóstico, instrumento da pesquisa.

Tabela 4 – (%) Percentual dos diferentes tipos de erro por escola

ESCOLA	CÁLCULO NUMÉRICO	CÁLCULO RELACIONAL	EM BRANCO	Total
A	33%	56,4%	10,6%	100%
B	26,9%	36,1%	37%	100%
C	36,9%	53,3%	9,8%	100%
		Continua...		
Total	32,4%	48,5%	19,1%	100%

Fonte: elaborado pelo autor, com base no relatório da pesquisa

Ao analisar a tabela 4, verifica-se que a maior incidência de erros se enquadra no tipo de erro no cálculo relacional, com 48,5% das ocorrências no total, seguido do erro no cálculo numérico com 32,4% das ocorrências e 19,1% foram casos de situações deixadas sem respostas, denominadas como a categoria em branco. Estes resultados revelam que os alunos apresentaram maior dificuldade em estabelecer as relações entre os dados dos problemas para então, descobrir qual operação deveria ser usada na solução.

Considerando que 60 alunos participaram da pesquisa, respondendo ao teste diagnóstico e que o mesmo foi composto de 10 (dez) situações-problemas, isto nos dá o volume de 600 (seiscentos) protocolos de soluções no total. Deste montante, conforme indicado na tabela 4, constatou-se a ocorrência de 324 respostas soluções erradas, incluindo neste contexto as questões deixadas em branco, o que corresponde a 54% de erros no total. Assim, os dados revelam que embora as operações de adição e subtração sejam trabalhadas durante toda etapa dos anos iniciais, algumas dificuldades conceituais persistem, podendo perdurar por todo o ensino fundamental (ETCHEVERRIA, 2010). Um caminho viável para a superação desta realidade é desenvolver o ensino da adição e subtração, por meio da resolução de problemas, abordando toda a variedade de situações que possíveis dentro do contexto das estruturas aditivas (ONUCHIC, 1999; MAGINA *et al.*, 2001; 2008), pois o domínio de um campo conceitual exige uma variedade de situações e cada situação apresenta vários conceitos (VERGNAUD, 2014).

5.4.1 Erro no cálculo numérico

O erro no cálculo numérico – é aquele em que o aluno comete erros de contagem, arma a conta de maneira incorreta, ou erra ao efetuar o algoritmo da operação por ele escolhida na solução do problema (SANTANA, 2012). Cada um desses tipos de erros pode representar diferentes dificuldades de aprendizagem dos alunos, por isso é importante que os professores que ensinam matemática fiquem atentos aos erros dos alunos e façam as intervenções necessárias buscando superar as dificuldades detectadas.

Em nossa análise, observamos que os erros de cálculos numéricos mais recorrentes, se deram ao aluno efetuar a conta, mesmo nos casos em que o aluno escolheu a operação mais adequada para a solução do problema, seja a adição ou a subtração ou a composição destas operações, ainda que tenha armado a conta corretamente, fazendo uso do algoritmo formal dessas operações.

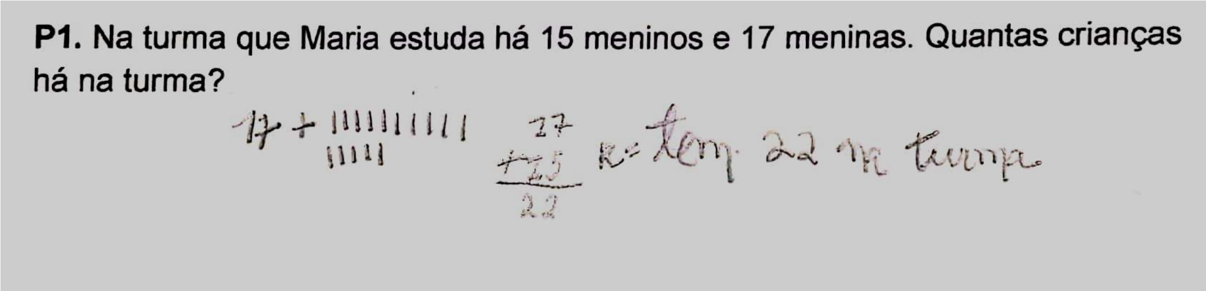
Um dos aspectos observados em que os alunos cometeram erros diz respeito à realização dos procedimentos de trocas do sistema de numeração decimal, por exemplo, compreender a equivalência entre 10 unidades e uma dezena, ao somar os valores da ordem das unidades e ao ultrapassar o valor 9 (nove) sem proceder com a técnica do " vai um" , ou nos casos de subtração em que na ordem das unidades, no minuendo, o valor era menor que o do subtraendo exigindo também o procedimento de troca de (1) uma dezena por 10 (dez) unidades, além de outros erros de cálculos, na hora de somar, subtrair ou comparar quantidades, realizando a estratégia ou procedimento da conta armada. .

Estes erros somados aconteceram 105 vezes no total, considerando todos os protocolos de soluções dos alunos, o que equivale a 32,4% do total de erros. Vale ressaltar que alguns alunos repetiram esse tipo de erro mais de uma vez durante do teste diagnóstico em diferentes problemas, evidenciando sua dificuldade em realizar com eficácia as operações requeridas nos problemas aditivos**.**

Este tipo de erro chamou-nos a atenção pois espera-se que alunos do 5º ano do EF já consigam efetuar corretamente este tipo de procedimento de cálculo envolvendo a adição e/ou a subtração com valores até a ordem das dezenas ou centenas, conforme já preconiza os PCNs de matemática (BRASIL, 1997) e a BNCC (BRASIL 2017). Já no primeiro ciclo do EF os PCNs postulavam que os alunos deveriam ser capazes de analisar, interpretar, resolver e formular problemas compreendendo os significados das operações, notadamente nos casos que envolvem a adição e a subtração, para o segundo ciclo estas competências são reforçadas e ampliadas. Já na BNCC, as habilidades inerentes ao cálculo e resolução de problemas permeiam toda a etapa dos anos iniciais. Já no primeiro ano do EF, a BNCC aponta que os alunos devem ser capazes de resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar (BRASIL, 2017).

A seguir apresentaremos alguns exemplos de soluções em que os alunos cometeram erros no cálculo numérico. Seguiremos ainda, a ordem das categorias aditivas. Assim, primeiro, abordaremos os problemas de composição, P1, P4 e P5, em seguida os problemas transformação, P2 e P3 e por fim os problemas de comparação P6, P7, P8, P9, e P10 respectivamente. A seguir, faremos as especificações dos exemplos de procedimentos de erros no cálculo numérico, esboçados pelos alunos nos registros de soluções no instrumento da pesquisa.

Figura 1 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de composição P1


P1. Na turma que Maria estuda há 15 meninos e 17 meninas. Quantas crianças há na turma?

R: tem 22 na turma

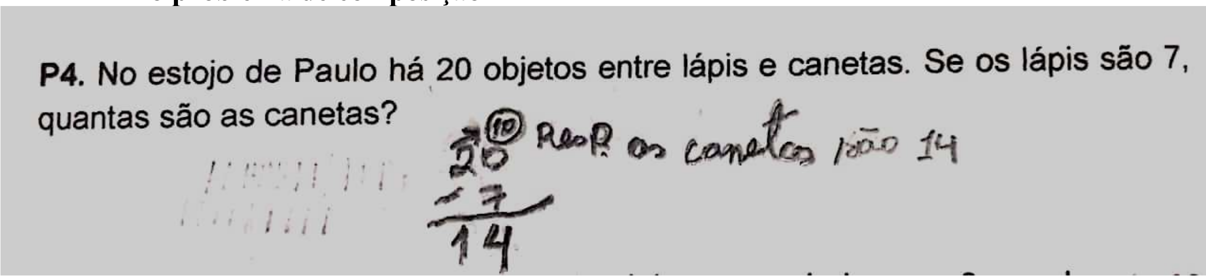
Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Luiz no problema P1 do instrumento da pesquisa

Esta é uma situação prototípica de composição, segundo a classificação dos problemas aditivos elaborada por Magina *et al.* (2001) em que se tem duas medidas conhecidas e a incógnita do problema exige que se reúna estas quantidades formando um todo. Veja que neste caso, a ideia operatória envolvida, não é a de acrescentar, mas sim, juntar partes cujos valores são conhecidos. Para resolver este problema, exige-se que o aluno seja capaz de realizar uma adição com parcelas de dois algarismos. Para efetuar a soma, será necessário fazer uma troca de dez unidades por uma dezena, a chamada adição com reserva ou com reagrupamento (NUNES *et al.*, 2009).

O exemplo ilustrado na figura 1 (problema P1) – Protótipo de composição - mostra que apesar de aluno ter armado a conta corretamente e ter inclusive, um procedimento pessoal, aliado ao uso do algoritmo, representando uma sentença matemática representada pelo valor 17 + (15 tracinhos), ele acabou cometendo o equívoco de ao somar os valores da ordem das dezenas, ou seja 7+5= 12 , colocou corretamente o valor 2 na ordem das dezenas, porém, não fez a troca das dez unidades por uma dezena, deixando de elevar 1 a pra a ordem seguinte (dezenas), “ técnica do vai um” ou “sobe um”. Este exemplo, refere-se à resolução registrada pelo aluno Luiz. Como resposta, o referido aluno atribuiu o valor 22 quando na verdade o resultado esperado seria 32. Temos aqui, mais uma vez, revelada a dificuldade do aluno em compreender o funcionamento do SND e seu funcionamento. Toledo, Toledo (2009), orienta que os professores realizem um trabalho mais prolongado desde os anos iniciais, propondo atividades diversificadas, sobre agrupamentos e trocas, além do valor posicional dos algarismos. A ideia chave do SND é utilizar o valor posicional dos algarismos para conceber a ação de agrupamento e trocas, que a humanidade sempre empregou para avaliar grandes quantidades de objetos (TOLEDO; TOLEDO, 2009).

Observando o raciocínio empregado por Luiz, acreditamos que o erro pode ter sido fruto de um lapso, uma simples distração, mas também pode indicar uma necessidade de maior compreensão do sistema de numeração decimal, seus sistemas de trocas entre as ordens no numeral, ao fazer as somas ou subtrações. Por exemplo, trocar 10 unidades por uma dezena, 10 dezenas por uma centena, e assim por diante, ao fazer uso dos algoritmos operatórios da adição ou subtração.

Figura 2 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de composição P4



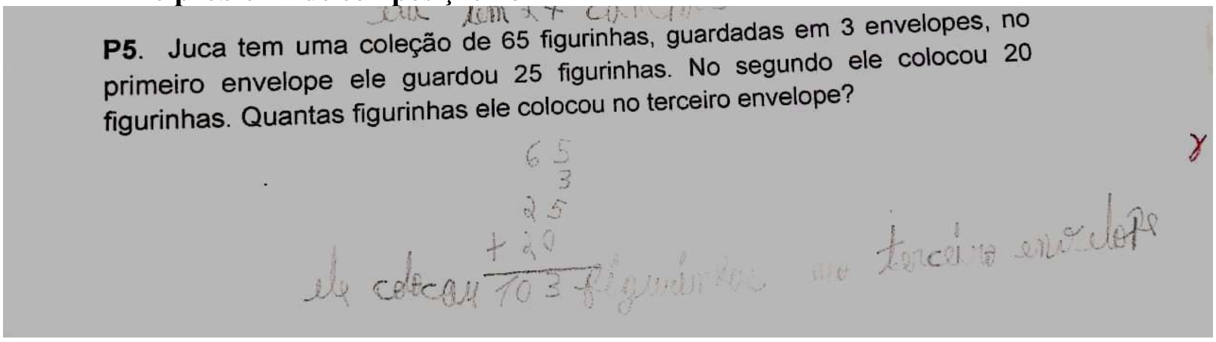
Fonte: protocolo de solução registrado pela aluna Bruna no problema P4 do instrumento da pesquisa

A situação P4 trata-se de um problema de composição de 1ª extensão. Nestes casos, diferente de uma situação prototípica como foi caso do P1, em que os alunos teriam que juntar partes para compor um todo. Neste caso, eles têm conhecidos o todo e uma das partes e seu trabalho reside em encontrar a parte desconhecida. Este caso, apresenta um grau maior de complexidade em relação às situações prototípicas, exigindo do aluno um raciocínio matemático mais sofisticado, e a perceber e aplicar a propriedade da relação inversa entre a adição e a subtração e vice-versa.

Exemplo ilustrado na figura 2 mostra o procedimento de resolução apontado pela aluna Bruna, em seu registro. Ela faz a troca de 1(uma) dezena por 10 (dez) unidades e mostra este raciocínio indicando com uma seta que parte do número 2 no campo das dezenas, apontando para o zero na ordem das unidades, para então, proceder com a subtração de 10-7. Contudo, apesar de ter acertado este procedimento, ela erra na hora de realizar a subtração, colocando 4 como resposta no campo das unidades quando deveria ser o valor 3. E apresenta o valor 14 como resposta ao problema, quando na verdade a resposta esperada seria 20-7= 13, são 13 canetas. Isto mostra que a aluna Bruna já possui um raciocínio matemático e já compreende a relação inversa que há entre a adição e a subtração, porém precisa avançar nos procedimentos de cálculo envolvendo a subtração.

Outro detalhe a ser destacado é falta de verificação da resposta dada ao problema para certificar-se se resposta atende adequadamente à incógnita da questão. Aliás, sobre esse aspecto, Polya (1995) enfatiza que realizar a verificação da resposta, é um passo importante para que o aluno possa validar, ou não, a solução encontrada. A verificação é um aspecto importante no processo de resolução dos problemas, este ato contribui para que os alunos alcancem êxito nas soluções. Contudo, esta ação não ficou evidente nos registros das soluções pelos alunos. Assim, podemos conjecturar que este procedimento não vem sendo trabalhado pelos professores em suas turmas, no trato com a resolução de problemas aditivos.

Figura 3 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de composição P5


P5. Juca tem uma coleção de 65 figurinhas, guardadas em 3 envelopes, no primeiro envelope ele guardou 25 figurinhas. No segundo ele colocou 20 figurinhas. Quantas figurinhas ele colocou no terceiro envelope?

Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Zeca no problema P5 do instrumento da pesquisa

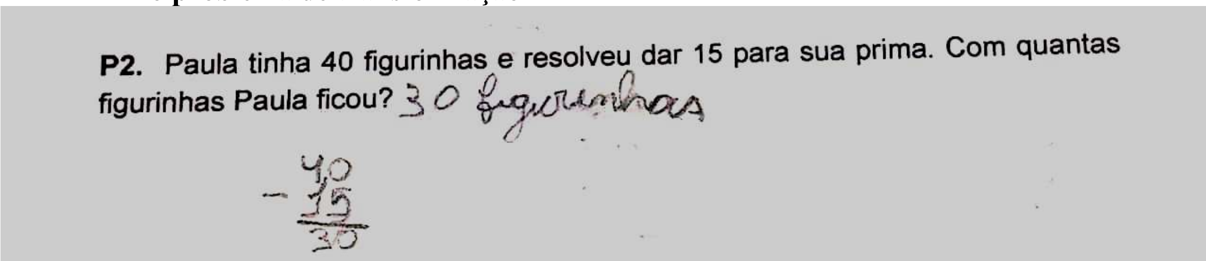
Esta situação também é de 1ª extensão e envolve a mesma estrutura de relação parte-todo. Portanto, de composição. No entanto tem um grau de complexidade maior por evolver 3 partes e não duas como na situação anterior.

A figura 3 ilustra a solução esboçada pelo aluno Zeca. Neste exemplo, observa-se que o referido aluno, armou a conta de forma equivocada, envolvendo em seu esquema de solução, todos os números do enunciado de maneira sequencial, somando 65+3+25+20=? Em sua solução, vê-se que o aluno Zeca não compreendeu o problema. Isto se evidencia por exemplo, pelo uso do valor 3 (números de envelopes), que não havia necessidade de incluí-lo na operação. Além disso, errou ao efetuar a conta chegando ao valor 103, quando na verdade deveria ser 20, e a resposta seria: ele colocou 20 figurinhas no terceiro envelope. Para este problema, o procedimento esperado seria que os alunos somassem os valores 25 + 20= 45 e em seguida, realizasse a subtração 65-45=20.

Outra possibilidade seria resolver por subtrações sucessivas, assim, 65-25= 40 e em seguida 40-20= 20, inclusive alguns alunos que acertaram procederam assim, porém, nosso foco neste tópico é analisar os erros para identificar as dificuldades dos alunos e compreender os procedimentos adotados em seus esquemas de solução.

Nota-se, que já nos problemas de 1ª extensão, as dificuldades de solução para os alunos vão se intensificando em relação aos problemas prototípicos, isto se evidencia pelo aumento no índice de erros. Só no caso do P5, foram 10 ocorrências de erros no cálculo numérico, além dos erros no cálculo relacional com 15 ocorrências e mais 9 casos em branco, totalizando 34 situações de erros, isto significa que 56,6% dos alunos erraram na resolução deste problema.

Figura 4 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de transformação P2



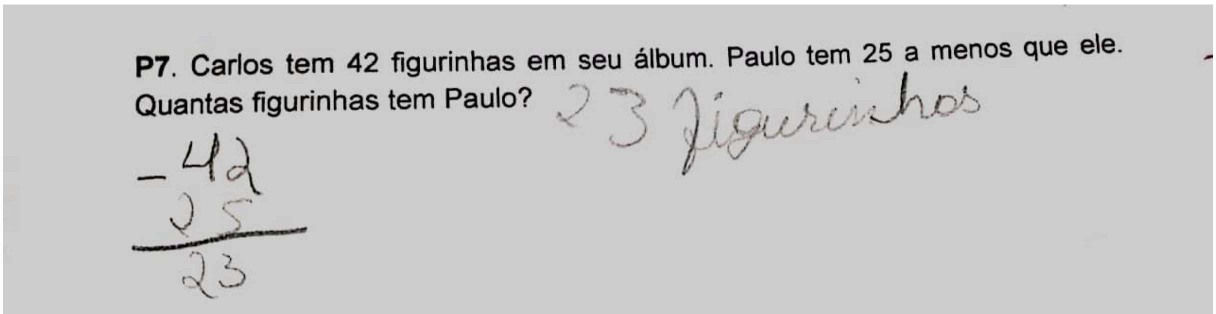
Fonte: protocolo de solução registrado pela aluna Bia no problema P2 do instrumento da pesquisa

Esta é uma situação prototípica de transformação, neste caso, tem-se conhecidos o estado inicial 40 figurinhas e a transformação negativa 15, cabendo ao aluno, realizar os cálculos para encontrar o estado final. Trata-se de uma situação com um baixo grau de complexidade, porém, ainda assim, houve registro de erros que mostra a falta de domínio por parte de alguns para realizar a subtração com reagrupamento (ou reserva) em que é necessário realizar trocas, considerando o valor posicional do algarismo no numeral.

O exemplo ilustrado na figura 3, representa o registro de solução da aluna Bia e mostra que ela compreendeu bem a questão, que conseguiu armar corretamente a conta, porém ao proceder a subtração, cometeu o erro em não realizar o procedimento de troca de uma das 4 dezenas por 10 unidades para então subtrair as 5 unidades, o que daria 5 unidades. E em seguida restariam 3 dezenas que diminuindo 1 (uma) restariam 2 duas dezenas, chegando ao resultado 40-15 = 25 e a resposta então seria: Paula ficou com 25 figurinhas. Este tipo de erro foi bastante recorrente, em relação ao problema P2, foram 20 casos de erros dessa natureza. Além de 9 casos de erro no cálculo relacional em que, por exemplo, o aluno escolheu a operação inversa (adição), fazendo 40 +15 =? Ao invés de subtrair.

No entanto, a dificuldade maior neste caso, foi realizar a subtração com reagrupamento, evidenciando uma necessidade de aprendizagem quanto a este aspecto. Compete então ao professor investir um pouco mais com este tipo de situação, questionando os alunos, fazendo boas interversões para que superem estas dificuldades.

Figura 5 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de comparação P7



Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Luca no problema P7 do instrumento da pesquisa

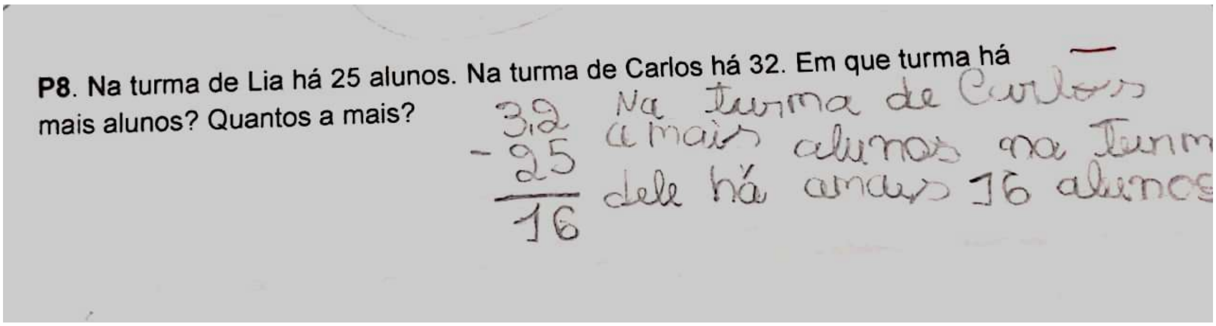
O problema P7 é uma situação de comparação de 2ª extensão. Nestes casos, tem-se conhecidos o “referente” e a “relação” e procura-se o referido. Neste exemplo, o aluno precisa partir do valor conhecido (o referente 42) e subtrair o valor da relação (27), para encontrar o referido, que neste caso é (17).

No entanto, o registro de solução do aluno Luca, mostra que parte da subtração é feita do subtraendo para o minuendo, em que na ordem das unidades tem-se o valor 2 no minuendo e 5 no subtraendo e como já demonstrado em casos anteriores, alguns alunos têm a dificuldade de proceder com as trocas de unidades no valor posicional dos numerais. Então ele faz 5-2=3 de baixo para cima, na ordem das unidades.

No total, houve 18 procedimentos similares ao registrado neste exemplo. É um caso que desperta atenção pois este tipo de erro foi bastante recorrente e aponta para necessidade de intensificação do trabalho com este tipo de situação, enfatizando a subtração com reagrupamento.

O exemplo a seguir mostra um procedimento no qual os alunos erraram ao subtrair, com diferença de algumas unidades. Este tipo de erro ocorreu com certa frequência no teste diagnóstico.

Figura 6 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de comparação P8



Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Gil no problema P8 do instrumento da pesquisa

Este é um problema de comparação de 3ª extensão, é o tipo de situação aditiva em que se tem os grupos conhecidos e se desconhece a relação entre eles.

Observamos que esta situação representou uma dificuldade significativa para os alunos, isto se deve ao fato de que, apesar de ser dados o valor dos grupos, em geral, não fica claro para as crianças quem é o referente e quem é o referido, levando a muitos casos de erros no cálculo relacional.

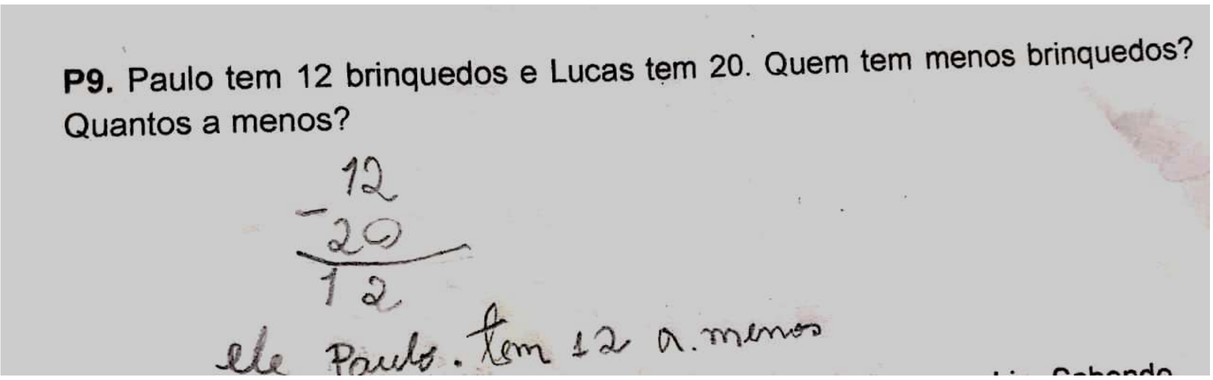
De acordo com Fioreze (2016) o cálculo relacional consiste nas operações do pensamento necessárias para compreender o problema. Para Magina (2001), Santana (2012), este tipo de problema oferece um desafio para os alunos, pois, para eles é mais comum a tarefa de juntar ou retirar quantidades, para então descobrir a soma ou a diferença entre quantidades como é caso das situações prototípicas.

Contudo, também ocorreram erros no cálculo numérico, ou seja, nas operações aritméticas utilizadas na solução do problema, como nos casos mostrados anteriormente em que os alunos não conseguiram realizar o procedimento de trocas no valor posicional dos algarismos, mas também erros como este da figura 6 esboçado pelo aluno Gil.

Veja que ele armou a operação de subtração corretamente, colocou um tracinho perto do número 2 no campo das unidades do minuendo, buscando indicar a troca da dezena por unidades, formando o valor 12, para subtrair as 5 unidades do subtraendo. Observe que ele estabeleceu as relações de forma apropriada, a única dificuldade apresentada pelo aluno Gil foi ao efetuar a operação de subtração.

O exemplo ilustrado na figura 12 apresenta mais um problema de comparação de comparação de 3ª extensão. O importante nestes casos, é a criança compreender que a pergunta se refere à diferença entre as quantidades e não às quantidades propriamente ditas (SANTANA, 2012). Vejamos como a aluna procedeu em sua resolução.

Figura 7 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de comparação P9

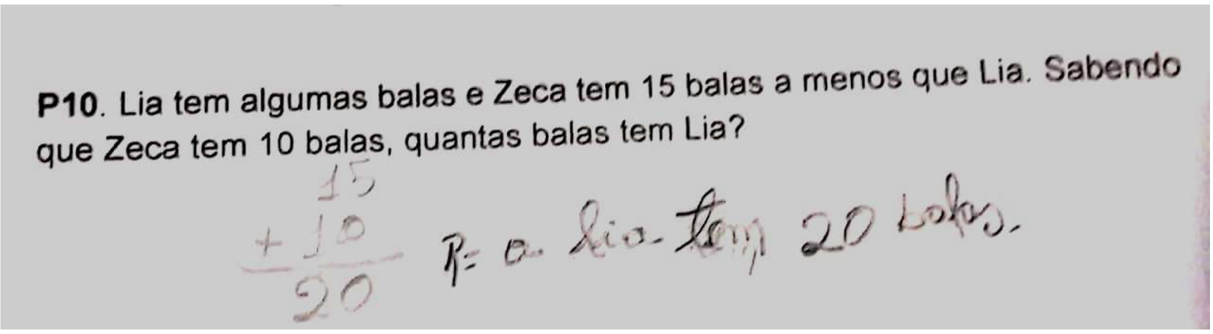


Fonte: protocolo de solução registrado pela aluna Bianca no problema P9 do instrumento da pesquisa

Este registro da figura 7 ilustra a solução apresentada pela aluna Bianca. Este erro foi bastante recorrente entre os alunos, note que ela mostra ter dificuldade de partir do referido (20) para o referente (12) e arma a conta com números na ordem em que aparecem no enunciado.

É interessante notar que o exemplo da figura 7, revela a dificuldade da aluna em fazer as subtrações quando em alguma ordem do minuendo o valor é menor que o do subtraendo. Repare que na ordem das de dezenas ela armou a conta errada, ficou 1 na parte de cima e 2 em baixo, daí ela faz a subtração baixo para cima 2-1=1. Apresentando equivocadamente o valor 12 à situação. O esperado seria que fizesse 20-12=8. Indicando que Paulo tem menos brinquedos na primeira pergunta e que são 8 brinquedos a menos que Lucas.

Figura 8 - Exemplo de procedimento de erro no cálculo numérico, realizado ao efetuar a conta no problema de comparação P10



Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Júlio no problema P10 do instrumento da pesquisa

O exemplo da figura 8 mostra a resposta registrada pelo aluno Júlio, no problema P10, que representa uma comparação de 4ª extensão. Neste tipo de problema, pede-se para encontrar o referido a partir do referente e a relação entre eles. Segundo Magina *et al.* (2001; 2008) e Santana (2012), este tipo de situação é considerado um problema difícil, visto que normalmente pensamos sobre o referente e a partir dele buscamos o referido. E aqui, a situação é exatamente o contrário.

Contudo, Júlio consegue fazer a escolha correta da operação, porém, erra na soma, observe que no campo das unidades faz: 5+0=0. Embora acerte o procedimento na casa da dezena, fazendo 1+1=2, sua resposta final para a questão é 20, quando deveria ser 25. Aqui, a dificuldade apresentada foi apenas em realizar a soma, errando em algumas unidades no resultado final.

Esta questão, foi uma das que mais os alunos erraram, foram 43 registros de erros, sendo 11 no cálculo numérico, a exemplo da solução apresentada por Júlio, e mais 20 registros de cálculo relacional, com a escolha da operação inversa, além de 12 protocolos de solução em branco.

Os resultados apresentados pelos alunos e os índices elevados de erros no cálculo numérico causaram-nos uma certa surpresa em relação ao desempenho de estudantes do 5º ano, tanto no que se refere à escolha da operação para solucionar os problemas, o manejo com o algoritmo da adição e da subtração, assim como no emprego básico das propriedades do sistema de numeração decimal. O índice elevado de registros que apontaram erros no cálculo numérico revela a presença de dificuldades que se esperava, já superadas por alunos desse nível de escolaridade.

Temos ainda um detalhe importante a ser considerado: os números trabalhados nos problemas propostos, bem como as suas somas em cada situação, no caso de adições, não ultrapassam duas dezenas, ou seja, não abordamos nem a ordem das centenas. Embora tenhamos ficado surpresos com o elevado índice de erro, estes resultados estão em consonância com a TCC de Vergnaud (1996; 2014), que indicam que o dominio de um campo conceitual demanda um certo período de tempo de modo que ao final do EF I (5º ano) e mesmo após essa etapa escolar, os alunos ainda apresentam dificuldades para resolver problemas inerentes as estruturas aditivas.

5.4.2 Erro no cálculo relacional

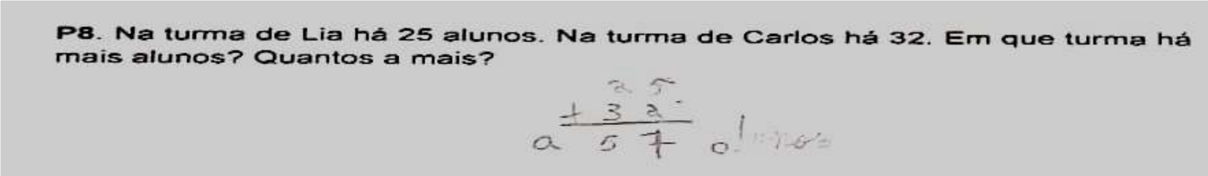
Nesta categoria de erro, inclui-se os procedimentos que se referem às "operações do pensamento" inerentes à Estrutura Aditiva, Santana (2012). Segundo a autora, estes procedimentos estão diretamente relacionados à formação e ao desenvolvimento dos conceitos que pertencem à essa estrutura. Daí a importância de uma análise minuciosa dos procedimentos errôneos que se enquadram nesta classe de erro.

Ao analisar os esquemas desenvolvidos pelos alunos em seus protocolos de resoluções do instrumento diagnóstico da pesquisa, foi possível identificar 4 (quatro) diferentes tipos de procedimentos errôneos, por exemplo: uso da operação inversa (o mais recorrente); repetição aleatória de números dos enunciados; tratamento da comparação como composição; e resolução pela metade.

Neste tópico abordaremos um exemplo para cada um desses tipos de erros. Julgamos desnecessários explorar todos os problemas, para evitar explicações repetitivas.

Uso da operação inversa: esta classe de erro caracteriza-se pela troca da adição pela subtração ou vice-versa. Este procedimento foi o mais recorrente entre os diferentes tipos de erro no cálculo relacional.

Figura 9 - Exemplo de erro no cálculo relacional na variável, uso da operação inversa



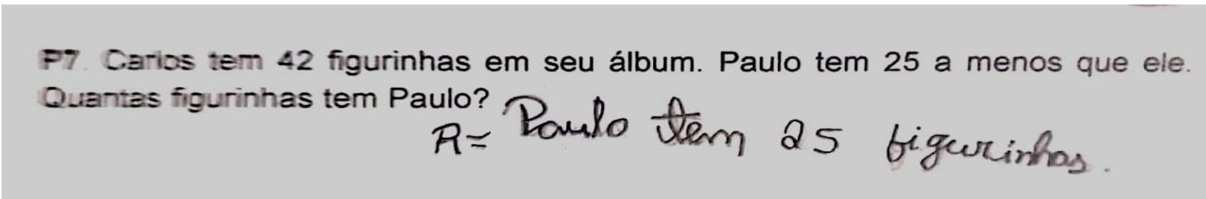
Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Túlio no problema P8 do instrumento da pesquisa

Conforme já explicitado anteriormente, este é um problema aditivo de comparação de 3ª extensão, de acordo com a classificação de Magina *et al.* (2001; 2008) e Santana (2012). Este tipo de situação apresenta teoricamente um grau de complexidade maior que as situações prototípicas e que as situações de 1ª e 2ª extensões, exigindo um raciocínio matemático mais avançado. Apesar de os grupos serem informados no enunciado, não se tem explícita a relação entre eles, portanto não fica evidente para as crianças quem é o referente e quem é o referido.

A figura 10 ilustra o procedimento no qual o aluno Túlio errou na escolha da operação para resolver o problema. Este tipo de erro foi recorrente entre os alunos, neste problema por exemplo, dos 60 participantes, 26 repetiram este mesmo erro, o que equivale a 43, 3% de soluções erradas nesta situação. Acreditamos que isto se deva ao fato de que o uso da expressão "a mais", no enunciado, pode ter influenciado na escolha da operação de adição. Note que a expressão "a mais" indica a relação entre o número de alunos da turma de Carlos (referente) e da turma de Lia (referido), mas a operação que deve ser realizada é a inversa da relação estabelecida entre referente e referido, a subtração. O esperado era que os alunos compreendessem esta relação e procedessem da seguinte maneira: 32-25= 7 e não: 25+32=57 como procederam erroneamente 43,3% dos alunos. Veja que Túlio não se atenta para responder a segunda pergunta " quantos a mais? ". Diante deste quadro, podemos conjecturar que este tipo de situação não vem sendo explorado devidamente pelos professores em suas turmas. Contudo essa conclusão é apenas suposição, pois este estudo não tem como foco analisar o processo de ensino dos professores.

Repetição do enunciado: Nesta variável de erro enquadram-se os procedimentos em que os alunos registraram como resposta um dos valores numéricos expressos no enunciado sem executar as operações de adição ou subtração de acordo com o problema.

Figura 10 - Exemplo de erro no variável cálculo relacional com repetição de números do enunciado



P7. Carlos tem 42 figurinhas em seu álbum. Paulo tem 25 a menos que ele. Quantas figurinhas tem Paulo?

R= Paulo tem 25 figurinhas.

Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Pedro no problema P7 do instrumento da pesquisa

A Figura 10 mostra a maneira como os alunos registram os procedimentos de soluções sem o registro de operações que foram classificados como erro de repetição de números do enunciado. O exemplo da figura 10 representa a resposta atribuída pelo aluno Pedro na situação P7 (comparação de 2ª extensão).

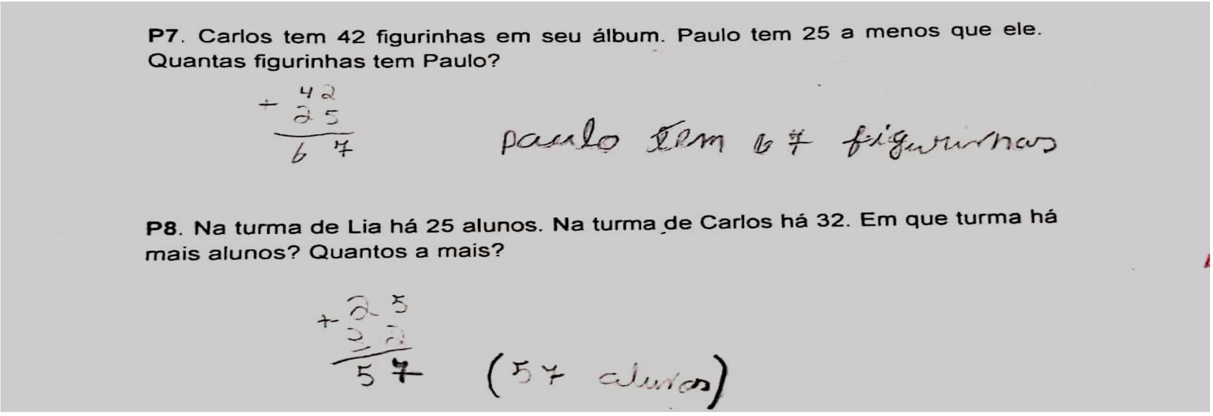
Observe que Pedro não demostrou nenhum registro de cálculo executando alguma operação, apenas repetiu o valor 25, que representa o valor da relação entre o número de figurinhas de Carlos (referente) e do número de figurinhas de Paulo (referido). O procedimento esperado, nesta situação, era que os alunos resolvessem por meio de uma subtração entre o referente 42 e a relação subtrativa 25, para encontrar o referido 17.

Neste problema este erro se repetiu por 10 vezes, isto equivale a 16,66% de erros em relação aos 60 participantes. Porém, este tipo de erro aconteceu com maior ou menor frequência em todas as situações. No geral, considerando todos os problemas e o universo de participantes, foram 46 ocorrências desta natureza, isto dá um percentual de 7,66% de erros com repetição do enunciado. Este tipo de procedimento posto como resposta pelos alunos, inviabilizou a realização de qualquer tipo de inferência sobre o raciocínio matemático praticado para tal escolha.

Tratamento da comparação como composição: Esta variável de erro compreende os procedimentos nos quais os alunos, ao invés de comparar as quantidades, realizaram de forma equivocada uma adição para compor um todo.

A maior incidência deste tipo de procedimento ocorreu nas situações P7 e P8, que são comparações de 2ª e 3ª extensões respectivamente. Nas duas situações, os alunos procederam exatamente com o mesmo raciocínio e esquema de solução. A Figura a seguir exemplifica a resolução apresentada pela aluna Rita. Vejamos como ela procedeu o seu raciocínio matemático na solução das referidas situações.

Figura 11 - Exemplo do erro no cálculo relacional no tratamento da comparação composição


P7. Carlos tem 42 figurinhas em seu álbum. Paulo tem 25 a menos que ele. Quantas figurinhas tem Paulo?

+ 42
  25
  67

paulo tem 67 figurinhas

P8. Na turma de Lia há 25 alunos. Na turma de Carlos há 32. Em que turma há mais alunos? Quantos a mais?

+ 25
  32
  57

(57 alunos)

Fonte: protocolo de solução registrado pela aluna Rita nos problemas P7 e P8 do instrumento da pesquisa

O procedimento de resolução esboçado por Rita na Figura 11 foi o mesmo nas situações P7 e P8 em 26 dos 60 testes respondidos. Observe que ela no problema P7, realizou uma adição com as parcelas 42 e 25, operando o cálculo da soma corretamente chegando ao total 67, portanto, não considerou a expressão “ a menos” nem que o que a situação pedia, era a diferença entre os números de figurinhas entre Carlos (referente) e Paulo (referido). A resolução esperada era que os alunos compreendessem a relação estabelecida entre referente e referido e procedessem da seguinte maneira: 42-25= 17, ainda que realizassem este procedimento por diferentes caminhos, esquemas ou estratégias.

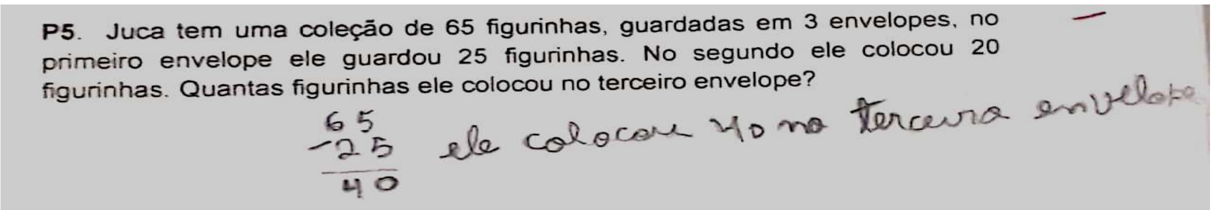
Já na situação P8, ela se utiliza do mesmo raciocínio empregado no problema P7, realizando uma adição com as parcelas 25 e 32, consegue efetuar a soma “corretamente”, apontando o valor 57. No entanto, sua reposta atende ao que a situação pede de fato. Ela não levou em conta a expressão “ a mais” e ao invés de buscar encontrar a diferença entre a quantidade de alunos da turma de Carlos (referente) e a da turma de Lia (referido), ela procede como uma composição ao invés da comparação. A solução esperada era que resolvessem o problema por meio de uma subtração, fazendo 32- 25 = 7. E respondessem as duas perguntas indicando que na turma de Carlos havia mais alunos e a diferença entre uma turma e outra era de 7 alunos.

Os resultados apontam que o raciocínio de composição nas situações do tipo protótipo foi o que os alunos desenvolveram com maior eficácia, alcançando o maior número de acertos. Isto talvez tenha estimulado a aplicação de um esquema de composição para resolver estas situações que representaram uma dificuldade mais acentuada.

Resolução pela metade: Nesta variável, foram classificados os procedimentos cuja situação exigia mais de uma operação e o estudante efetuou apenas uma, colocando como resposta o resultado parcial encontrado. Dentre os 10 problemas, apenas a situação P5 (composição de 1º extensão) reunia esta característica.

Vejamos na figura a seguir, um exemplo de procedimento de erro desta variável, na solução registrada pelo aluno Zito.

Figura 12 - Exemplo do erro no cálculo relacional com a resolução pela metade



P5. Juca tem uma coleção de 65 figurinhas, guardadas em 3 envelopes, no primeiro envelope ele guardou 25 figurinhas. No segundo ele colocou 20 figurinhas. Quantas figurinhas ele colocou no terceiro envelope?

65
-25
40

ele colocou 40 no terceira envelope

Fonte: protocolo de solução registrado pelo aluno Zito no problema P5 do instrumento da pesquisa

No exemplo registrado pelo aluno Zito, verifica-se que ele apenas realizou a subtração referente à primeira transformação negativa: 65-25=40 e deixou de proceder com outra subtração referente à segunda transformação também negativa, em que teria que proceder da seguinte maneira: 40-20=20. Outra possibilidade seria somar os valores das duas transformações negativas, fazendo: 25+20= 40 e em seguida subtrair este valor do estado inicial, fazendo: 60-45=20. Diante desses resultados, podemos conjecturar que os alunos que não estão habituados a resolver problemas dessa natureza, em que se exige a realização de mais de uma operação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo sobre as estratégias de resolução de problemas do Campo Conceitual Aditivo, mostrou que os alunos dos anos iniciais apresentam diferentes esquemas de solução para uma mesma situação numérica por exemplo: uso do algoritmo da adição, uso do algoritmo da subtração, repetição aleatória de números do enunciado e estratégia pessoal, como o cálculo mental ou ainda uso de elementos pictóricos associados a procedimentos de contagem e uso de sinais os operatórios + (mais) e – (menos).

Embora, os registros diversificados de estratégias sejam positivos, por revelarem que apesar de um ensino de cálculo aritmético, fortemente marcado pelo uso de um único caminho, o algoritmo, os alunos quando não dominam esta técnica, recorrem quase que intuitivamente a outros meios ou esquemas-de-ação para tentar solucionar o problema (VERGNAUD 1996; ONUCHIC 1999). Contudo, na maioria dos casos em que isto aconteceu, os alunos não foram bem-sucedidos. Os casos de acertos ficaram quase que restritos ao uso dos algoritmos formais.

Isto revela a importância de se trabalhar o ensino de matemática por meio da resolução de problemas, o que permite aos alunos mobilizarem seus conhecimentos implícitos e explícitos em torno de uma solução plausível diante das situações-problema enfrentadas, fazendo uso dos conhecimentos prévios, aplicando-os numa situação nova.

Tendo em vista que o objetivo principal deste trabalho foi investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas Vilelenses, notadamente o trabalho abordou problemas de adição e de subtração envolvendo as ideias de composição, transformação e comparação. Tal objetivo foi atingido satisfatoriamente, pois conseguimos mapear as principais estratégias esboçadas pelos alunos na solução dos problemas, conforme ilustrado nas tabelas 1, 2 e 3 nos tópicos 4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3 respectivamente, da análise de resultados.

Quanto aos objetivos específicos da pesquisa, apresentados na introdução desta dissertação, todos foram comtemplados, pois, discutimos sobre o papel da resolução de problema enquanto recurso metodológico de ensino-aprendizagem matemática, recorrendo a um referencial teórico robusto e de qualidade, por exemplo Dante (2010); Polya (1995); Onuchic (1999); Onuchic *et al.* (2014), além dos PCNs (BRASIL, 1997; 1998) e a BNCC

(BRASIL, 2017), entre outros. Conseguimos explorar o campo aditivo na perspectiva da teoria dos campos conceituais, conforme havíamos proposto. O aporte teórico deste tópico serviu de base para a análise das estratégias de solução de situações- problema do campo do conceitual aditivo, utilizadas pelas crianças de 5º ano das escolas envolvidas na pesquisa. Para tal, recorremos a Magina *et al.* (2001; 2008); Santana (2012), Mendonça *et al*. (2007); Vergnaud (1996; 2014), entre outros. Detectamos os principais erros registrados pelos alunos em seus protocolos de respostas. Tanto os erros no cálculo numérico, quanto os erros no cálculo relacional.

Os resultados alcançados revelaram que, mesmo ao final dos anos iniciais do EF (5ºano), os alunos ainda demonstram bastante dificuldade no trato com situações do Campo Aditivo. Ainda que o aporte teórico da TCC de Gérard Vergnaud (1996) enfatize que o dominio de um determinado campo conceitual exige um certo espaço de tempo, não significa que não se possa alcançar melhorares resultados nesta etapa de escolarização. Pelo contrário, conforme mostrado por Costa (2007), as dificuldades dos alunos quanto aos problemas aditivos está diretamnte atrelada a concepção que os professores têm sobre a complexidade destes problemas. Do mesmo modo, a autora (Ibid.) revelou em seus estudos que após um trabalho de intervenção pedagógica direcionado aos alunos com dificuldades e baixo domínio do campo aditivo, os resultados melhoraram significativamente.

Outro dado importante que o resultado desta pesquisa revelou, é que a medida que as complexidades dos problemas aditivos aumentam pelo avanço nas extensões, consequentemente o percentual de acerto diminui. Ou seja, quanto mais complexa sua estrutura, menor a taxa de acerto. Contudo, apesar de reconhecermos o aumento no grau de complexidade dos problemas pelo avançar das extensões, tais dificuldades podem ser superadas com boas sequências de ensino que comtemplem a diversidade dos problemas para que os alunos consigam avançar no processo de conceitualização (VERGNAUD 1996; MAGINA *et al.,* 2001; 2008).

Nas situações prototípicas, portanto, de menor complexidade, em que há uma congruência semântica entre as palavras-chave, exemplo: perder, ganhar, dar e juntar os alunos associam intuitivamente a operação correspondente. Do mesmo modo, quando o dado do problema não apresenta congruência com a operação a ser utilizada os alunos, tem maior dificuldade para identificar a operação adequada à solução do problema, em decorrência disto, muitas vezes acabam por escolher a operação errada.

Isto significa que o estudante tende a identificar a operação pelo tipo de palavra e não pela real compreensão do problema. Também observamos que muitos alunos apesar de escolherem a operação mais adequada à solução do problema acabaram cometendo erros no cálculo numérico, sobretudo quando se faz necessário realizar os reagrupamentos, o que denuncia uma deficiência na compreensão do funcionamento do sistema de numeração decimal, e do uso adequado dos algoritmos operatórios, especialmente nos casos em que exige a resolução de uma subtração com " reserva ".

Também foram constatados casos em que os alunos não compreendem as relações mais complexas e respondem à questão aleatoriamente, em alguns casos apenas repetindo números expressos no enunciado dos problemas, sem nenhuma conexão com o que a incógnita do problema exigia. Isto explica o alto índice de erros (48,5%) no cálculo relacional registrados nas soluções dos problemas do instrumento da pesquisa. Este aspecto, leva-nos a crer que seja reflexo da pouca familiaridade com a proposta metodológica da resolução de problemas, de modo que os alunos apresentaram dificuldades para seguir os passos necessários a alcançar o resultado desejado. Também foi possível notar que grande parte dos alunos demonstraram dificuldade para explicitar seus esquemas de solução. Em vários casos, apenas colocaram a resposta final sem demonstrar o caminho que trilhou para chegar ao resultado alcançado.

Já os erros no cálculo numérico, embora ocorridos em menor quantidade que os de caráter relacional, representando 32,4¨% do montante de erros registrados entre todos os protocolos de respostas, não deixa de ser números expressivos, considerando que os problemas trouxeram em seu contexto valores pequenos, apenas até dois dígitos (casa das dezenas). A maior dificuldade revelada em relação ao cálculo numérico diz respeito a falta de compreensão sobre SND, dificultando os procedimentos de trocas e reagrupamentos quando do uso dos algoritmos padrão da adição e da subtração.

Diante deste cenário, faz-se necessário uma prática pedagógica que encoraje os alunos à exploração, a testagem das ideias e hipóteses matemáticas e o desenvolvimento de um ambiente colaborativo. É fundamental instigar, também, a aceitação das diferentes formas de pensamento e dos diversos procedimentos estratégicos que os alunos venham a apresentar, sem abrir mão dos processos mais econômicos, mas tal processo só faz sentido se os alunos compreenderem o que está por traz destes mecanismos operatórios (TREVISAN, 2018).

Logo, é interessante que o professor favoreça a compreensão de que o resultado errado não deve invalidar todo o conhecimento articulado nas etapas anteriores. O erro deve ser uma pista a ser investigada. A ideia é descobrir até que ponto o raciocínio do aluno foi desenvolvido corretamente e a partir de qual momento ele deixou de ser. O erro deve ser “acolhido” – pelo próprio aluno, pelo professor e pelos colegas - e compreendido como um caminho natural rumo ao objetivo final desejado, a aprendizagem (TREVISAN, 2018).

Sobre este aspecto, Bittencourt (1998) enfatiza que é preciso que o professor busque o significado dos erros cometidos pelos estudantes, pois as análises dos erros podem ser reveladoras das dificuldades que devem ser consideradas de forma a compreender melhor o processo cognitivo dos alunos. Vale ressaltar ainda que quando um tipo de erro é cometido por diversos alunos de uma mesma turma, pode ser o indicativo de um problema de ensino, o que exige uma reflexão do professor em relação à sua prática pedagógica.

A ausência de um bom repertório de estratégias e registros mais diversificados por parte dos alunos na solução dos problemas, o auto índice de erros em situações que exigem um cálculo numérico simples, revelam que os alunos não foram confrontados com situações-problema envolvendo os diferentes tipos e categorias dos problemas do campo aditivo. Sobre este aspecto, Vergnaud (1996) explica-nos que o domínio de um campo conceitual exige a exposição e enfretamento de uma variedade de situações. Diante deste cenário, é importante que os professores que ensinam matemática procurem explorar também os significados dos erros dos alunos, tentando descobrir o que está por trás de tal procedimento, agindo com intervenções pedagógicas para levar o aluno a superar suas dificuldades.

O trabalho foi norteado pela seguinte problemática: quais estratégias de solução de problemas aditivos são utilizadas pelos alunos de 5º ano de escolas públicas de Teotônio Vilela? Os resultados alcançados responderam devidamente a este problema, não só revelando as estratégias utilizadas, como também os conhecimentos acionados pelos alunos e as dificuldades subjacentes aos procedimentos utilizados, conforme apresentado no capítulo 4: *Análise e discussão dos dados da pesquisa*.

No processo de coleta de dados, conforme exposto no capítulo de metodologia, utilizamos um teste com 10 situações-problema envolvendo as três categorias principais das estruturas aditivas, a saber: composição, transformação e comparação. O referido instrumento atendeu aos objetivos da pesquisa, sendo de grande valia para verificar tanto as estratégias dos alunos, quanto para sondar o desempenho dos mesmos referente a ERRO, ACERTO e situações EM BRANCO, quando não conseguiram esboçar nenhum registro de solução.

Quanto às limitações da pesquisa, podemos citar a ausência de um instrumento que também comtemplasse a visão dos professores sobre o Campo Aditivo e sobre a forma como eles têm abordado os problemas em sala de aula com seus alunos.

Diante deste cenário, podemos conjecturar, que além de um trabalho sistemático com a resolução de problemas nas aulas de matemática, faz-se necessário investir na formação continuada dos professores que ensinam matemática, notadamente aqueles que atuam nos anos iniciais, uma vez que que os professores que atuam nesta etapa da Educação Básica, não possuem formação específica em matemática. Contudo, assumem a responsabilidade de ensinar os primeiros conceitos matemáticos aos alunos. Isto só reforça o que temos defendido até aqui, é preciso que os sistemas de ensino invistam no processo de formação continuada de seus professores. Com uma boa formação os professores terão subsídios para apresentar intervenções pedagógicas eficientes a contribuírem para a superação dos obstáculos de aprendizagem dos alunos.

O presente estudo trará contribuições pertinentes às discussões cientifico-acadêmicas, podendo ser útil também aos professores que ensinam matemática e, de maneira especial, para no campo da Educação Matemática. Contudo, surgem, dentro das limitações da própria pesquisa, indagações que podem servir de base para novos estudos. A seguir, apresentamos algumas sugestões para pesquisas futuras que surgiram a partir das análises e das reflexões.

Como recomendação para o prosseguimento deste estudo, indicamos analisar: como os professores que ensinam matemática nos anos iniciais concebem o ensino do campo aditivo na sala de aula? Outra sugestão seria: como uma proposta de formação continuada referentes à formação de conceitos do Campo Aditivo e à Teoria dos Campos Conceituais podem contribuir para a superação das dificuldades dos alunos na solução dos problemas? Ou ainda, tendo em vista que os livros didáticos definem em grande parte o currículo desenvolvido na escola, levantamos um terceiro questionamento, que pode desencadear um estudo interessante: como tem sido apresentado o campo aditivo nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental? As respostas a cada uma das questões aqui levantadas constituiu tarefa para futuras pesquisas.

Quanto ao produto educacional, uma exigência dos mestrados profissionais, optamos como produto desta dissertaçao, pela elaboração de um artigo cientifico, uma síntese da presente pesquisa, intitulado “ Resolução de problemas aditivos na escola : desvelando estratégias dos alunos à luz da Teoria dos Campos Conceituais”, (apêndice B) direcionado ao meio acadêmico, aos professores que ensinam matemática, bem como, para os futuros professores dos anos iniciais do EF, considerando as estratégias de soluções dos alunos, os conceitos inerentes a adição e a subtração, no contexto do campo aditivo, ancorado na TCC e na proposta metodológica de resolução de problemas matemáticos na escola.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. A. A.; GUERRA, M. J. O ensino de matemática nos anos iniciais do fundamental: da BNCC a argumentação em pauta. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 5., 2018, Olinda. **Anais** [...]. Olinda: [s. n.], 2018.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2010.

BITTENCOURT, J. Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática. **Educação Matemática em Revista**, ano 5, n. 6, p. 13-17, 1998.

BLUMENTAL, G. W. **Os PCN'S e o ensino fundamental em Matemática**: um avanço ou um retrocesso?. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/artigos/a3/. Acesso em: 04/11/2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1997.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**: Matemática. Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros **Curriculares Nacionais**: matemática. 3. ed. Brasília, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Secretários de Educação. União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação**. Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, 2017.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 2014.

CAMPOS, T. M. M. *et al*. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 10, p. 219- 239, 2007.

CAVALCANTE, J. L. **Formação de Professores que ensinam Matemática**: saberes e vivências a partir da resolução de problemas. Jundiaí: Paco Editorial, 2013.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. *In*: SMOLE, K. C. S.; DINNIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2010.

COSTA, N. M. V. **A resolução de problemas aditivos e sua complexidade**: a previsão dos professores e a realidade dos alunos. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Pará, 2007.

DAMM, R. F. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. *In*: Machado, S. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros e representações semiótica. 8. ed. São Paulo: Papirus, 2013.

DANTE, L. R. **Criatividade e Resolução de problemas na Prática Educativa Matemática**. 1988. Tese (Livre Docência) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

DINIZ, M. I. **Área de matemática da BNCC**. [S. l: s. n.]: 2018. Disponível em: http://movimentopelabase.org.br/acontece/area-de-matematica-da-bncc/. Acesso em: 04/11/2019.

ECHEVERRÍA, M.P.P.; POZO, J.I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ETCHEVERRIA, T. Cristina. Investigando o campo aditivo em problemas elaborados por professoras dos anos iniciais. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, 10., 2010, Salvador. **Anais** [...]. Salvador: [s. n.], 2010.

FIOREZE, L. A. **Rede de conceitos em matemática**: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de proporcionalidade utilizando atividades digitais. Curitiba: Appris, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2009.

GIL, A. C**. Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed., 12. reimpr. São Paulo: Atlas, 2009.

GUIMARÃES, S. D. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do ensino fundamental. **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 4, n.1, p.5-17, 2009.

MAGINA, S. *et al*. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. *et al*. **Repensando adição e subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S. *et al*. As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental. **Cempem**, São Paulo, v. 18, n. 34, jul./dez., 2010.

MENDONÇA, T. M. *et al*. As Estruturas Aditivas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo Diagnóstico em Contextos Diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v.10, n.2, p.219-239, 2007.

MILAN, I. dos S. **O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental**: as relações com a aprendizagem do sistema posicional. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017

NUNES, T. *et al*. **Educação Matemática 1**: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; AVELLATO, N. S. G. Novas reflexões sobre ensino e aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: UNESP, 2004. p.213-231.

ONUCHIC, L. de la R. *et al*. (orgs.) **Resolução de problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PALHARES, P. **Elementos de Matemática**: para professores do Ensino Básico. Lisboa: Lidel, 2005.

PASSONI, J. C.; CAMPOS, T. M. M. Revisitando problemas aditivos de Vergnaud de 1976. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem Matemática**: Registros de Representação Matemática. Campinas: Papirus, 2005.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. A **arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006

POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

REIS, M. **A matemática no cotidiano infantil: jogos e atividades com crianças de 3 a 6 anos para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático**. Campinas: Papirus, 2006.

SANTOS, A. F.; SANTANA, E.R. S. Estruturas aditivas: o desempenho e as dificuldades na resolução de situações-problema. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, 10., 2010, Salvador. **Anais** [...]. Salvador: [s. n.], 2010.

SANTANA, E. R. S. **Estruturas Aditivas**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?. 2010. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTANA, E. R. S. **Adição e subtração**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?. Ilhéus: Editus, 2012.

SANTANA, E.; ALVES, A. A.; NUNES, C. B. A Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores. **Bolema**, vol. 29, n. 53, p. 1162 - 1180, 2015.

SANTANA, E. et al. Um estudo sobre o domínio das Estruturas Aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental no estado da Bahia. *In*: ENCONTRO BAINANODE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2009, Jequié. **Anais** [...]. Jequié: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009.1 CD-ROM.

SILVA, J. A. (org.). **Alfabetização Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Curitiba: CRV, 2014. v. 1.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática ensino médio**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Resolução de problemas nas aulas de matemática**. Porto Alegre: Penso, 2016. v. 6.

TEIXEIRA, E. **As três metodologias**: acadêmica, da ciência e da pesquisa. Petrópolis: Vozes, 2010.

TOLEDO, M. B. A. **Teoria e prática de matemática**: como e dois, volume único: livro do professor. São Paulo: FTD, 2009.

TOLEDO, M.; TOLEDO M. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

TREVISAN, R. **Movimento pela Base Nacional Comum**. [S. l.: s. n.]: 2018. Disponível em: http://movimentopelabase.org.br/acontece/area-de-matematica-da-bncc/. Acesso em: 04/11/2019.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: [s. n.], 1993. p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos conceituais. *In*: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget,1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2014.

WALLE, J.A.V. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman. 2010.

APÊNDICE A - Atividade utilizada como instrumento de coleta de dados

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E DA MATEMÁTICA

NOME: ____

IDADE: ____________________ ANO: _________ DATA ___/_____/_______

RESOLVA OS PROBLEMAS ADITVIVOS

P1. Na turma que Maria estuda há 15 meninos e 17 meninas. Quantas crianças há na turma?

P2. Paula tinha 40 figurinhas. Deu 15 para sua prima. Com quantas figurinhas Paula ficou?

P3. Bruna coleciona tampinhas de garrafa. Ela tinha 28 tampinhas e ganhou algumas de sua tia e agora tem 37. Quantas tampinhas ela ganhou da tia?

P4. No estojo de Paulo há 20 objetos entre lápis e canetas. Se os lápis são 7 (sete) quantas são as canetas?

P5. Juca tem uma coleção de 65 figurinhas, guardadas em 3 envelopes, no primeiro envelope ele guardou 25 figurinhas. No segundo ele colocou 20 figurinhas. Quantas figurinhas ele colocou no terceiro envelope?

P6. Marcos fez 56 pontos num jogo e Lucas fez 17 pontos a mais que ele. Quantos pontos fez o Lucas?

P7. Carlos tem 42 figurinhas em seu álbum. Paulo tem 25 a menos que ele. Quantas figurinhas tem Paulo?

P8. Na turma de Lia há 25 alunos. Na turma de Carlos há 32 alunos. Em que turma há mais alunos? Quantos a mais?

P9. Paulo tem 12 brinquedos e Lucas tem 20 brinquedos. Quem tem menos brinquedos? Quantos a menos.

P10. Lia tem algumas balas e Zeca tem 15 balas a menos que Lia. Sabendo que Zeca tem 10 balas, quantas balas tem Lia?

APÊNDICE B – Produto Educacional

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELIANO DA ROCHA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS: DESVELANDO ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Maceió
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELIANO DA ROCHA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS: DESVELANDO ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Produto educacional apresentado à banca examinadora pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL) como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração: Pedagogia.

Orientador: Profª Dra. Adriana Cavalcanti dos Santos

Maceió

2020

ELIANO DA ROCHA

"Resolução de problemas aditivos: desvelando estratégias dos alunos à luz da Teoria dos Campos Conceituais"

Produto Educacional apresentado à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 19 de dezembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Adriana Cavalcanti dos Santos

Profa. Dra. Adriana Cavalcanti dos Santos
Orientadora
(CEDU/UFAL)

Iracema Campos Cusati

Profa. Dra. Iracema Campos Cusati
(UPE)

Prof. Dr. Eduardo Cardoso Moraes
(IFAL)

Amauri Barros

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(IM/UFAL)

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS: DESVELANDO ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado profissional realizada com alunos do Ensino Fundamental – EF do município de Teotônio Vilela-AL, sobre as estratégias de resolução de problemas do Campo Aditivo. Definiu-se por objetivo geral investigar as estratégias de solução de problemas de estruturas aditivas utilizadas por alunos dos anos iniciais do EF. Trata-se de uma pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso, fundamentada no aporte teórico de Creswel (2010) e Yin (2010). O estudo foi realizado com 60 alunos de três escolas públicas, que responderam a um questionário contento 10 questões de estruturas aditivas, elaboradas com base na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1996; 2014). Os resultados apontaram que o domínio do campo aditivo pelos sujeitos da pesquisa está em desenvolvimento. As estratégias mais utilizadas pelos alunos na solução dos problemas propostos foram os algoritmos formais da adição e da subtração, seguido de estratégias pessoais, repetição de números do enunciado e também a opção em branco. Os erros observados ocorreram tanto no cálculo numérico (32,4%), quanto no cálculo relacional (48,5%), além das situações deixadas em branco, correspondendo a (19,1%) dos casos.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Matemática. Campo aditivo. Teoria dos Campos Conceituais

Abstract

This article presents a clipping of a professional master's research conducted with elementary school students from Teotônio Vilela-AL, about the strategies of problem solving of the Additive Field. The general objective was to investigate the strategies of problem solving of additive structures used by students in the early years of elementary school. This is a qualitative research in the case study modality, based on the theoretical contribution of Creswel (2010) and Yin (2010). The study was conducted with 60 students from three public schools, who answered a questionnaire containing 10 questions of additive structures, elaborated based on Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (1996; 2014). The results showed that the domain of the additive field by the research subjects is under development. The most used strategies by students in solving the proposed problems were the formal algorithms of addition and subtraction, followed by personal strategies, repetition of utterance numbers and also the option in blank. The errors observed occurred both in numerical calculation (32.4%) and relational calculation (48.5%), beyond the situations left blank, corresponding to (19.1%) of the cases.

Keywords: Problem solving. Mathematics. Additive field. Conceptual Field Theory

Introdução

O Campo Conceitual Aditivo – CCA refere-se ao conjunto de situações-problema que para serem resolvidos exigem exclusivamente cálculos que envolvem adições e/ou subtrações (VERGNAUD, 1996). As operações aritméticas de adição e subtração são trabalhadas na escola desde o início dos anos iniciais do Ensino Fundamental – EF, tendo presença garantida nos currículos de matemática nesta etapa escolar. Contudo, estudos e pesquisas como as de Etcheverria (2010), Magina *et al.* (2008) e Santana (2012) asseveram que muitos alunos chegam ao final do 5º ano do EF apresentando dificuldades quanto ao domínio deste campo conceitual, sobretudo em relação à resolução de problemas, considerando a variedade de conceitos e de relações característicos das estruturas aditivas.

Diante deste cenário, surgiu o interesse em realizar este estudo, cujo objetivo central é investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos utilizadas por alunos do 5º ano do EF do município de Teotônio Vilela – AL. Este objetivo principal desdobrou-se nos seguintes objetivos específicos: discutir o papel da resolução de problemas enquanto recurso metodológico de ensino e aprendizagem matemática; explorar o CCA, tendo por base a Teoria do Campo Conceitual - TCC de Vergnaud (1996) e a releitura de Magina *et al.* (2001; 2008) e Santana (2012); investigar os saberes e dificuldades inerentes ao CCA que estes sujeitos revelam em seus protocolos de respostas diante dos problemas propostos no instrumento da pesquisa, e os principais tipos de erros cometidos na solução dos problemas.

O presente estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso, conforme o aporte teórico de Creswel (2010) e Yin (2010). Para coleta de dados, foi aplicado um questionário com 10 situações-problema do CCA envolvendo as ideias de composição, transformação e de comparação, e para a análise dos dados, utilizamos a técnica de análise de conteúdo ancorada no aporte teórico de Bardin (2010).

Este estudo encontra-se estruturado em quatro seções. A primeira seção apresenta o referencial teórico abordando sobre a resolução de problemas e sua importância nos processos de ensino e de aprendizagem, conceitos e definições. A segunda seção trata sobre o CCA com base no aporte teórico da TCC, em que se expõe alguns aspectos fundamentais da referida teoria, bem como, a classificação e categorização dos problemas aditivos fundamentados em Vergnaud (1996; 2014) e os estudos de Magina *et al.* (2001; 2008) e Santana (2012). Na terceira seção são apresentados os procedimentos metodológicos da pesquisa. E na quarta seção apresentamos a análise e discussão dos dados. Por fim, apresentamos as considerações finais seguidas das referências bibliográficas.

Resolução de problemas na matemática escolar

A proposta da metodologia de resolução de problemas vai além do treino de regras ou aplicação de uma técnica, ou apenas com a identificação de qual operação se resolve o problema. Sobre este aspecto, Pozo (1998) explica que o trabalho com situações-problema em sala de aula ultrapassa a questão da resolução do mesmo, ou seja, ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também, desenvolver nos alunos o hábito e a postura ativa de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta (POZO, 1998).

Nesse contexto, Allevato e Onuchic (2014) asseveram que a resolução de problemas é o “coração” da atividade matemática, e constitui a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e reciprocamente os novos conhecimentos conduzem à proposição e resolução de intrigantes e importantes problemas.

Segundo Smole e Diniz (2016), a matemática e a resolução de problemas são dois temas que caminham juntos. Assim, não seria adequado desenvolver o ensino e a aprendizagem matemática se não for para promover nos alunos habilidades e competências para resolver problemas; em contrapartida, a resolução de problemas, sempre envolve alguma forma de pensar matematicamente. Os diferentes tipos de problemas matemáticos a serem propostos aos alunos devem exigir análise, alguma estratégia de solução e que após sua execução, seja avaliada, verificando se a mesma conduziu à solução satisfatória da situação-problema enfrentada.

No ensino de matemática é preciso ter clareza do que realmente se configura como um problema e o que é apenas um exercício de 'treinamento" e demonstração do que já foi apreendido e dominado pelo aluno. Neste sentido, Pozo (1998, p.16) afirma que, "[...] um problema se diferencia de um exercício, na medida em que, no último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam de forma imediata à solução".

Contribuindo com essa discussão, Dante (2010) distingue exercício e problema da seguinte maneira:

Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Já a situação problema [...] é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta solução. A solução de um problema [...] exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (p. 48).

Pozo (1998), ao caminhar na perspectiva de Dante (2010), explica que as tarefas, em que apenas se exige a aplicação de uma fórmula logo após ter sido explicada em aula, ou após uma lição na qual ela aparece de forma evidente, não se configuram como problemas, são apenas exercícios para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e/ou procedimentos que serão úteis na solução de situações-problema posteriores. Assim, um bom problema, caracteriza-se pela capacidade de instigar o aluno a resolvê-lo, ser interessante, criativo, além de apresentar algum desafio para aluno, pois do contrário ele não se sentirá motivado para resolvê-lo.

Polya (2006) estabelece quatro etapas básicas ou procedimentos a serem executados na resolução de problemas, são elas:

Compreensão do problema – é preciso compreender o problema. Estabelecimento de um plano – precisamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Quando esta conexão não é visualizada de forma imediata podemos considerar problemas auxiliares. Execução do plano – o plano deve ser executado. Retrospecto – a solução obtida precisa ser analisada. (Ibid., p.4)

Contudo, é importante reforçar, que para instigar a pensamento do aluno sobre a situação dada, é fundamental que o professor ao propor o problema, faça questionamentos pertinentes, de tal maneira que leve os alunos a analisar detalhes da situação, antes despercebidos, contribuindo para o entendimento e resolução da questão.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC apresenta a resolução de problemas como uma das macro-competências em busca do desenvolvimento do letramento matemático. E enfatiza que no EF deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, ou seja, desenvolver no aluno as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma multiplicidade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017).

Campo aditivo na perspectiva da teoria dos campos conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais – TCC é uma teoria cognitivista elaborada pelo professor e pesquisador francês Gérard Vergnaud. Segundo o autor, sua teoria procura:

[...] explicar o processo de construção do conhecimento, apresentando um quadro coerente e de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, notadamente daquelas que se revelam das ciências e das técnicas (VERGNAUD, 1996, p.155).

Magina *et al.* (2008) apontam três premissas importantes da TCC e sua aplicação no ensino de matemática: a primeira consiste na ideia de que o conhecimento matemático emerge da resolução de problemas, sejam eles teóricos ou práticos. A segunda premissa postula que o conhecimento surge a partir da ação do sujeito sobre a situação-problema em jogo. E a terceira premissa parte do princípio que o conhecimento está organizado em campos conceituais, e que a apropriação por parte do sujeito, ocorre durante um largo período de tempo através da experiência, maturidade e aprendizagem (VERGNAUD, 1996).

Para Vergnaud (1996) é praticamente impossível estudar as coisas separadamente e, por essa razão, é necessário fazer recortes. Assim, desenvolveu a ideia de Campos Conceituais, considerando-os como unidades de estudo que dão sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização (VERGNAUD, 1996). Por meio de sua teoria (TCC) ele mostrou, por exemplo, que as operações de adição e subtração, possuem estreita conexão, em termos de conceitos e processos de resolução, podendo ser consideradas como duas faces da mesma moeda, são na verdade operações complementares, pertencentes ao mesmo campo conceitual, o campo conceitual das estruturas aditivas, ou simplesmente, campo aditivo (VERGNAUD, 1996).

De acordo com Vergnaud (1996; 2014) as relações aditivas são relações ternárias que podem ser organizadas de várias maneiras, gerando uma diversidade de problemas com graus de complexidades também diversos. Assim, o autor (VERGNAUD, 1996) apresentou seis categorias de esquemas ternários que considera fundamentais, e que permitem englobar todos os problemas de adição e subtração da aritmética comum, são elas:

I – A composição de duas medidas em uma terceira; II – a transformação (quantificada) de uma medida inicial numa medida final; III – a relação (quantificada) de comparação entre duas medidas; IV – a composição de duas transformações; V – a transformação de uma relação e VI – a composição de duas relações (Ibid., p.172)

A classificação das relações inerentes aos problemas aditivos é importante para que o professor possa selecionar e propor aos alunos aquelas que estarão de acordo com o nível de aprendizagem destes e aos poucos ir conduzindo-os para o enfrentamento de situações cada vez mais desafiadoras para que possam avançar em suas aprendizagens.
Neste contexto, Magina *et al.* (2001; 2008), numa releitura das relações aditivas postuladas por Vergnaud (1996), explicam-nos que as situações-problema deste campo conceitual podem ser classificadas em três grupos básicos: composição, transformação e comparação, de maneira que:

> - A classe de problemas de composição compreende as situações que envolvem a relação parte-todo, juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte.
> - A classe dos problemas de transformação é aquela que trata de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida – no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decréscimo; etc.), chegando ao estado final com outra quantidade.
> - A classe dos problemas de comparação diz respeito aos problemas que comparam duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido (MAGINA *et al.*, 2001, p. 28-29).

É importante ressaltar que cada uma dessas categorias principais de problemas aditivos (composição, transformação e comparação) permite variantes, com graus de complexidade menor ou maior dependendo de sua organização, das relações envolvidas e das classes de problemas que podemos formular para cada categoria (VERGNAUD, 2014).

Buscando sintetizar os diferentes tipos de problemas aditivos, Magina *et al.* (2001; 20018) classificaram estes problemas em protótipos e extensões. Sendo as situações prototípicas, aquelas que envolvem os conceitos de composição (unir partes para compor o todo) ou transformação, que pode ser positiva ou negativa como é caso de ganhos ou perdas, acréscimos ou decréscimos de quantidades de objetos por exemplo. Já as extensões podem variar da 1ª a 4ª, da seguinte maneira: Os problemas de 1ª extensão podem envolver a ideia de composição com uma parte desconhecida ou a ideia de transformação com a transformação desconhecida.
No que se refere aos problemas de 2ª e 3ª extensão abrangem essencialmente os conceitos de comparação. No caso das situações de comparação de 2ª extensão temos explícitos no enunciado o “referente” e a relação, e pede-se para que o aluno determine o referido e os problemas de 3ª extensão de comparação em que se tem os grupos conhecidos “ referente e referido” e se desconhece a relação entre eles. Esse tipo de problema costuma apresentar um grau de dificuldade maior do que nos casos explicitados anteriormente, pois apesar de serem conhecidos os dois grupos, não fica muito claro para a criança, quem é o referente e o referido.
E por fim, os problemas aditivos de 4ª extensão envolvem as categorias de transformação e de comparação. Nesta extensão, o raciocínio aditivo envolvido é o mais sofisticado dentre o grupo de problemas básico (MAGINA *et al.*, 2001). São inseridos nesta categoria os problemas de transformação em que o estado inicial é desconhecido e os de comparação em que se desconhece o referente da questão.
Neste contexto, é fundamental, que os professores que ensinam matemática, notadamente os que atuam nos anos iniciais do EF, conhecer e explorar com seus alunos, toda essa

diversidade de situações-problema das estruturas aditivas, para promover a consolidação da compreensão dos conceitos envolvidos tornando-os significativos para os alunos.

Procedimentos metodológicos

O presente estudo trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa na modalidade estudo de caso. Creswel (2010), ao discutir as características da pesquisa qualitativa, destaca entre elas o caráter interpretativo, geralmente utilizado pelos pesquisadores nessa forma de investigação. Neste contexto, as observações sobre o objeto pesquisado, não podem acontecer separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores (CRESWELL, 2010).
No que se refere à modalidade estudo de caso, Yin (2010) explica-nos que se trata de uma investigação baseada na experiência, que estuda um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes.
Para a análise dos dados, aplicou-se a técnica de análise de conteúdo, segundo o aporte teórico de Bardin (2010). Para isso, realizou-se a pré-análise dos dados, a exploração do material e por fim, o tratamento dos resultados, fazendo as inferências e interpretação.
O estudo envolveu 60 estudantes do 5º ano do EF de 03 escolas públicas do município de Teotônio Vilela-AL. Para coleta de dados foi utilizado um instrumento diagnóstico, composto de 10 situações-problema, envolvendo as três principais categorias das estruturas aditivas elencadas por Vergnaud (1996; 2014), que são: composição, transformação e comparação e suas variações, classificadas por Magina *et al.* (2001; 2008) em protótipos e extensões, envolvendo números pequenos até a ordem das dezenas. O instrumento foi aplicado pelo pesquisador, de forma coletiva, em uma única seção em cada uma das três escolas em que o estudo foi desenvolvido. Os alunos participantes da pesquisa tiveram um tempo de 60 minutos para responderem a atividade, consideramos tempo suficiente para que fizessem a atividade com tranquilidade.
Os dados para análise foram agrupados considerando as estratégias de resolução apresentadas pelos alunos, a saber: algoritmo da adição; algoritmo da subtração; uso de números do enunciado; estratégias pessoais e uma última categoria denominada de "resposta em branco" para representar os casos em que os alunos não esboçaram qualquer registro de solução. E quanto ao desempenho, considerou-se as categorias de correção: certo, errado e em branco. Também analisamos os erros registrados, agrupando-os em duas categorias principais: I – erro no cálculo numérico e II – erro no cálculo relacional.

Análise e discussão dos dados

Os resultados da pesquisa revelaram a ocorrência de diferentes estratégias utilizadas pelos alunos nas soluções dos problemas, tanto estratégias convencionais (conta armada/algoritmo), como estratégias não convencionais, tais como os esquemas pessoais dos alunos que são processos alternativos ao uso dos algoritmos padronizados, como as representações por meio desenhos de figuras, tracinhos, bolinhas, associados a procedimentos de contagem.
Na escola A, 20 alunos de 5º ano, na faixa etária entre 10 a 11 anos, participaram da pesquisa e responderam ao teste diagnóstico com 10 situações-problema de estrutura aditiva. No conjunto das soluções, apresentaram 5 (cinco) tipos de estratégias: algoritmo da adição; algoritmo da subtração; estratégia pessoal; uso de números do enunciado e "respostas" em branco, esta última, representando a categoria em que verificamos a ausência de qualquer tipo de registro por parte dos alunos.

A tabela 1 apresenta detalhadamente as estratégias esboçadas pelos alunos da turma A, no processo de resolução dos problemas aditivos propostos no teste diagnóstico e exploratório, independente de erros e acertos.

Tabela 1 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola A

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	95%	5%	0%	0%	0%	100%
P2	10%	80%	0%	10%	0%	100%
P3	20%	55%	0%	25%	0%	100%
P4	15%	55%	0%	20%	10%	100%
P5	45%	15%	5%	35%	5%	100%
P6	45%	25%	20%	5%	5%	100%
P7	10%	65%	20%	0%	5%	100%
P8	25%	45%	20%	10%	0%	100%
P 9	5%	60%	10%	20%	5%	100%
P10	20%	40%	5%	20%	15%	100%

Fonte: O autor, com base no relatório da pesquisa

Na maioria dos casos os alunos optaram pelo uso do algoritmo formal (conta armada), tanto da adição como da subtração, como já presumíamos, tendo em vista que há uma tendência por parte dos professores que ensinam matemática em explorar esta estratégia, quase que exclusivamente, desde os anos iniciais, num processo de linearização do ensino (SANTANA, 2012). Contudo, é importante frisar que é possível resolver estes problemas por meio de outros procedimentos, e isto, precisa ser trabalhado com os alunos, visando maior autonomia na organização e representação dos seus esquemas mentais na solução dos problemas (BRASIL, 1997), (VERGNAUD, 1996), BNCC (BRASIL, 2017).

Na escola B, também 20 alunos de 5º ano realizaram a atividade proposta. Nesta turma os alunos se encontravam na faixa etária entre 10 a 11 anos, e as estratégias registradas foram as mesmas, ou seja: algoritmo da adição; algoritmo da subtração; estratégia pessoal (rabiscos e outras representações); uso de números do enunciado e situações deixadas em branco.

A tabela 2, apresenta os percentuais de cada estratégia utilizada pelos alunos da escola (B) no processo de resolução dos problemas propostos.

Tabela 2 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola B

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	60%	0%	10%	25%	5%	100%
P2	15%	60%	10%	10%	5%	100%
P3	20%	50%	0%	20%	10%	100%
P4	10%	50%	10%	20%	20%	100%
P5	40%	10%	10%	5%	35%	100%
P6	60%	10%	5%	15%	20%	100%
P7	0%	60%	20%	0%	20%	100%
P8	15%	40%	0%	20%	25%	100%
P 9	0%	50%	0%	20%	30%	100%
P10	20%	40%	5%	10%	35%	100

Fonte: O autor, com base no relatório da pesquisa

Na referida turma, chamou-nos a atenção o número de ocorrências de situações deixadas em branco, 39 (trinta e nove) no total. Estas ocorrências apresentaram-se distribuídas da seguinte forma: 2 (duas) ocorrências no P3, 4 (quatro) no P4, 7 (sete) no P5, 4 (quatro) do P6, 4 (quatro) no P7, 5 (cinco) no P8, 6 (seis) no P9 e finalmente, 7 (sete) no Problema P10.

Estes resultados evidenciam que os alunos desta turma ainda apresentam uma dificuldade significativa na compreensão das situações aditivas, certamente pelo fato de que os enunciados dos problemas propostos apresentam estruturas diferentes das que estão habituados (situações prototípicas) de composição (relação parte-todo) e que geralmente os professores que ensinam matemática nos anos iniciais mais exploram.

Na escola C, também 20 alunos de 5º ano participaram da pesquisa e realizaram a atividade proposta, estes, na faixa etária de 10 a 11 anos. Ao analisar os protocolos de respostas na referida turma, verificamos que entre os esquemas de resolução, surgiram os mesmos 5 (cinco) tipos de estratégias, semelhantes aos das turmas A e B, variando apenas o número de ocorrências dessas estratégias entre as situações-problema do teste.

Tabela 3 – Percentual das Estratégias de solução por problema na escola C

Problemas	Algoritmo da adição	Algoritmo da subtração	Repetição de nº do enunciado	Estratégia pessoal	Em branco	Total
P1	70%	0%	15%	15%	0%	100%
P2	0%	80%	10%	10%	0%	100%
P3	50%	25%	0%	25%	0%	100%
P4	20%	50%	10%	15%	5%	100%
P5	40%	20%	0%	35%	5%	100%

Continua...

P6	55%	15%	10%	10%	10%	100%
P7	15%	55%	10%	10%	10%	100%
P8	40%	30%	10%	10%	10%	100%
P 9	5%	50%	15%	20%	10%	100%
P10	30%	40%	5%	15%	10%	100%

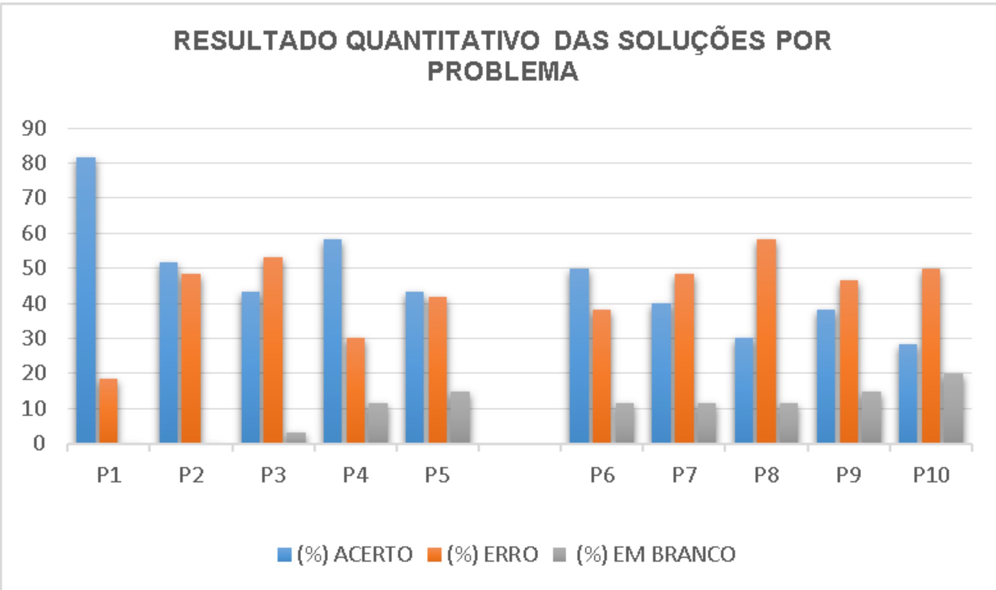
Fonte: O autor, com base no relatório da pesquisa

Na escola C os alunos apresentaram as mesmas categorias de estratégias das escolas anteriores, ou seja, algoritmo da adição; algoritmo da subtração; uso de números do enunciado; estratégia pessoal e também os casos em que deixaram os problemas em branco, sem esboçar qualquer registro de a tentativa de responder à questão.

De maneira semelhante às turmas analisadas anteriormente, nos casos dos problemas protótipos P1 e P2 a maioria dos alunos da turma conseguiu identificar a operação adequada para resolver os referidos problemas. No P1 70% escolheram corretamente a adição para solucionar o problema e 80% no P2 escolheram adequadamente a subtração. Nos demais problemas, a exemplo das outras turmas, houve uma divergência considerável entre os alunos sobre a escolha da operação ou procedimento a ser usado na solução das questões.

Já em relação ao desempenho, apresentamos no gráfico 1, os resultados alcançados pelos 60 alunos participantes da pesquisa, considerando as categorias de correção: acerto, erro e situações deixadas em branco.

Gráfico1–Porcentagem das soluções dos problemas quanto ao resultado



Fonte: O autor, com base no relatório da pesquisa

Estes percentuais de desempenho apresentados no gráfico 1 apontam que existe uma lacuna a ser preenchida no tocante à compreensão e domínio dos problemas aditivos pelos alunos.

O número de acertos dos alunos, no geral, foi considerado baixo, pois em apenas três problemas P1, P2 e P3 os alunos ultrapassaram a casa dos 50% de acertos. Sendo os problemas P8 e P10 os casos em que houve as menores taxas de acertos apenas 30% e 28,3%

respectivamente. Nestes casos, somadas as taxas de erro e as situações deixadas em branco, os percentuais chegam a ultrapassar a casa dos 70%. Isto mostra que a aprendizagem dos alunos neste campo, mesmo ao final do segundo ciclo do EF (5º ano), ainda está muito distante do ideal.

Vergnaud (2014) explica-nos que as dificuldades em solucionar corretamente os problemas vão além da realização do cálculo numérico, surgindo principalmente na compreensão do cálculo relacional envolvido na situação-problema.

Assim, os erros observados nos protocolos de respostas dos alunos foram agrupados em três categorias: I – erro no cálculo numérico, II – erro no cálculo relacional, e III – as situações deixadas em branco, consideradas aqui, também como um procedimento de "erro", representando as situações em que os alunos não esboçaram nenhum registro de solução.

O erro no *cálculo numérico*, são aqueles em que o aluno comete equívocos na contagem, arma a conta de maneira incorreta, ou erra ao efetuar o algoritmo da operação por ele escolhida na solução do problema, entre outros (SANTANA, 2012).

Já nos erros cometidos no *cálculo relacional*, incluem-se os procedimentos que se referem às "operações do pensamento" inerentes à Estrutura Aditiva, Santana (2012). Os esquemas de solução desenvolvidos pelos alunos no instrumento diagnóstico da pesquisa, apresentaram 4 (quatro) diferentes tipos de procedimentos errôneos, que se enquadram nesta categoria de erro: uso da operação inversa (o mais recorrente); repetição aleatória de números dos enunciados; tratamento da comparação como composição; e resolução pela metade.

A Tabela 4 apresenta o percentual dos diferentes tipos de erro de cada grupo de alunos por escola no teste diagnóstico, instrumento da pesquisa.

Tabela 4 – (%) Percentual dos diferentes tipos de erro por escola

ESCOLA	CÁLCULO NUMÉRICO	CÁLCULO RELACIONAL	EM BRANCO	Total
A	33%	56,4%	10,6%	100%
B	26,9%	36,1%	37%	100%
C	36,9%	53,3%	9,8%	100%
Total	32,4%	48,5%	19,1%	100%

Fonte: O autor, com base no relatório da pesquisa

Ao analisar a tabela 4, verifica-se que a maior incidência de erros se enquadra no tipo de erro no cálculo relacional, com 48,5% das ocorrências no total, seguido do erro no cálculo numérico com 32,4% das ocorrências e 19,1% foram casos de situações deixadas sem respostas, denominadas como a categoria em branco. Estes resultados revelam que os alunos apresentaram maior dificuldade em estabelecer as relações entre os dados dos problemas para então, descobrir qual operação deveria ser usada na solução. Assim, os dados revelam que embora as operações de adição e subtração sejam trabalhadas durante toda etapa dos anos iniciais, algumas dificuldades conceituais persistem, podendo perdurar por todo o Ensino Fundamental (ETCHEVERRIA, 2010).

Um caminho viável para a superação desta realidade é desenvolver o ensino da adição e subtração, por meio da resolução de problemas, abordando toda a variedade de situações possíveis dentro do contexto das estruturas aditivas (ONUCHIC, 1999); (MAGINA *et al*

2001; 2008), pois o domínio de um campo conceitual exige uma variedade de situações e cada situação apresenta vários conceitos (VERGNAUD, 2014).

Considerações finais

Tendo em vista que o objetivo principal deste trabalho foi investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos de alunos do 5º ano do EF de escolas públicas Vilelenses, notadamente, o trabalho abordou problemas de adição e a subtração envolvendo as ideias de composição, transformação e comparação. Tal objetivo foi atingido satisfatoriamente, pois conseguimos mapear as principais estratégias esboçadas pelos alunos na solução dos problemas, conforme ilustrado nas tabelas 1, 2 e 3 que evidenciam que as estratégias utilizadas foram: uso dos algorítitmos formais da adição e da subtração; repetição aleatória de números dos enunciados; estratégia pessoal e a opção por deixar as questões em branco – sem nenhum esboço de respostas.

Quanto aos objetivos específicos da pesquisa, conforme delineados na introdução desta dissertação, todos foram comtemplados, pois, discutimos conforme almejado, sobre o papel da resolução de problemas enquanto recurso metodológico de ensino-aprendizagem matemática, recorrendo a um referencial teórico plausível e consistente, por exemplo Dante (2010); Polya (1995); Onuchic (1999); Allevato e Onuchic (2014), além dos PCNs (BRASIL, 1997; 1998) e a BNCC (BRASIL, 2017), entre outros. Conseguimos explorar o campo aditivo na perspectiva da teoria dos campos conceituais, conforme havíamos proposto.

Os resultados alcançados revelaram que mesmo ao final dos anos iniciais do EF (5ºano), os alunos ainda demonstram bastante dificuldade no trato com situações do Campo Aditivo. Ainda que o aporte teórico da TCC de Gérard Vergnaud (1996) enfatize que o domínio de um determinado campo conceitual exige um certo espaço de tempo, não significa que não se possa alcançar melhores resultados nesta etapa de escolarização.

A investigação demonstrou ainda que a medida que as complexidades dos problemas aditivos aumentam pelo avanço nas extensões, consequentemente o percentual de acerto diminui, ou seja, quanto mais complexa sua estrutura, menor a taxa de acerto. Contudo apesar de reconhecermos o aumento no grau de complexidade dos problemas pelo avançar das extensões, tais dificuldades podem ser superadas, com boas sequências de ensino que comtemplem a diversidade dos problemas, para que os alunos consigam avançar no processo de conceitualização (VERGNAUD 1996); (MAGINA *et al.*, 2001; 2008).

Observamos também, que os erros cometidos foram de duas categorias principais, erros no cálculo numérico 32,4¨%, e erros no cálculo relacional (48,5%). Isto mostra que as dificuldades não se resumem apenas em armar e resolver as contas, mas sobretudo em compreender as relações que são estabelecidas entre os dados dos enunciados dos problemas. Diante deste cenário, é importante que os professores que ensinam matemática procurem explorar também os significados dos erros dos alunos, tentando descobrir o que está por trás de tal procedimento, agindo com intervenções pedagógicas para levar o aluno a superar suas dificuldades.

Acreditamos que o presente estudo trará contribuições pertinentes às discussões cientifico-acadêmicas, podendo ser útil também aos professores que ensinam matemática e, de maneira especial, aos que atuam nos anos iniciais do EF.

Como sugestão para prosseguimento deste estudo, recomendamos uma análise da percepção, compreensão e abordagem do tema em sala de aula, por parte dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Acreditamos ainda, que um processo de formação continuada possa contribuir para melhorar o ensino-aprendizagem do campo aditivo nos anos iniciais do EF.

Referências

ALLEVATO, Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: porque Através da Resolução de problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa *et al. Resolução de problemas*: teoria e prática. São Paulo: Paco Editoria, 2014.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília, 1997.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*: Educação é a Base. Brasília, 2017.

CRESWELL, John W. *Projeto de pesquisa*: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. *Formulação e resolução de problemas de matemática*: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

ETCHEVERRIA, T. Cristina. Investigando o campo aditivo em problemas elaborados por professoras dos anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, 10., 2010, Salvador. *Anais...* Salvador: [s. n.], 2010.

MAGINA, Sandra *et al. Repensando a adição e subtração*: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, Sandra *et al*. *Repensando a adição e subtração*: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria (Org.) *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. São Paulo: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio (Org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. *Adição e subtração*: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Ilhéus, BA: Editus, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Resolução de problemas nas aulas de matemática*. Porto Alegre: Penso 2016. (6).

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean. *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P. 155-191.

VERGNAUD, Gérard. *A criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2014.

YIN, Robert K. *Estudo de caso*: planejamento e métodos. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ANEXO A – Parecer Consubstnciado do CEP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: MATEMÁTICA NOS ANOS INCIAIS: estratégias de resolução de problemas do campo aditivo

Pesquisador: ELIANO DA ROCHA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 98940718.6.0000.5013

Instituição Proponente: Universidade Federal de Alagoas

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.009.177

Apresentação do Projeto:

"Considerando os resultados de desempenho matemático das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, evidenciados pelas avaliações externas, a exemplo da Avaliação Nacional de Alfabetização-ANA e da Prova Brasil, temos que os índices apresentados ainda estão longe do patamar ideal. E tendo em vista que estes testes, nos anos iniciais, exigem

ssencialmente que as crianças resolvam situações problemas em que

grande parte se inserem no contexto do campo aditivo, há, no entanto, a necessidade de aprofundamento de estudos sobre o processo de

ensino/aprendizagem em matemática e as dificuldades das crianças quanto à resolução de problemas de estruturas aditivas. Diante desta realidade, proponho analisar as estratégias de resolução de problemas aditivos de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, verificando os procedimentos utilizados pelas crianças e assim, compreender as competências, habilidades e conceitos que já dominam, bem como as dificuldades e entraves que apresentam em relação as situações problemas que exigem a realização das operações de adição e subtração. Trata-se de um estudo de caso numa abordagem qualitativa onde o pesquisador aplicará um teste com 10 situações problemas do campo aditivo, em 03 (três) turmas de 4º ano de escolas públicas do município de Teotônio vilela-AL, para analisar as estratégias de resolução utilizadas pelas crianças. Segundo Yin (2010, p.39) " o estudo e de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em

Endereço: Av. Lourival Melo Mota, s/n - Campus A . C. Simões,
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** comitedeeticaufal@gmail.com

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Continuação do Parecer: 3.009.177

profundidade e em seu contexto de vida real (...)". Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam que o estudo de caso numa abordagem qualitativa, busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, com dinâmica própria e enfatizam que esta técnica guarda grande relação com o contexto sociocultural, durante o processo investigativo. É por esse viés que iremos conduzir a referida pesquisa, buscando compreender o fenômeno pesquisado, podendo dar uma contribuição social e acadêmica sobre o assunto estudado. Para isso, iremos nos apoiar teoricamente nas orientações de Vergnaud (1996;2014), quanto a Teria dos campos conceituais. Quanto à resolução
de problemas nos anos iniciais, com ênfase para o campo aditivo nos apoiaremos em Etcheverria (1998), Costa (2007), Itacarambi (2010), Magina et al (2001), Santana (2012) entre outros, e para a analisar os dados à luz da análise de conteúdo, seguiremos a orientação de Bardin (2009)."

Objetivo da Pesquisa:

"Objetivo Primário:
Analisar as estratégias de resolução de situações problemas do campo do conceitual aditivo, utilizadas pelas crianças de 4º ano de escolas públicas de Teotônio Vilela-AL"

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Os benefícios justificam a intervenção.

"Riscos:
A equipe de pesquisa, firma o compromisso de que faremos o possível para que as nossas ações apresentem o mínimo de riscos para os participantes. No entanto, podem ocorrer incômodos ou possíveis danos à saúde física e mental de alguns participantes, tais como: 1- A participação no estudo poderá ocasionar alguns constrangimentos pelo fato de ter alguém que não faz parte do seu convívio diário, aplicando o teste; 2 – baixa autoestima , caso não consiga compreender e resolver os problemas que compõem o teste; Caso os participantes apresentem algum sinal de desconforto ou incômodo durante a pesquisa, serão dispensados das atividades do dia, terão a opção de não continuar como participante voluntário
da pesquisa e, poderão contar com a assistência do pesquisador e da equipe pedagógica escolar para fazer os encaminhamentos que se fizerem necessário para resolver os problemas ocorridos."

"Benefícios:
Como benefícios para o pesquisador, podemos citar: 1 - Ampliação do conhecimento sobre o ensino de matemática; 2 - Contribuir para o exercício de uma análise crítica e reflexiva sobre o desempenho matemático dos alunos com realização do estudo de caso; 3 - Contribuir na formação continuada por meio das leituras realizadas para a elaboração e aplicação desta pesquisa. Os benefícios sociais esperados são: 1 - Divulgação dos

resultados da pesquisa em eventos científicos e periódicos nacionais e internacionais; 2 - contribuir para melhorias no processo de ensino e aprendizagem de Matemática; 3 - incentivar outros docentes para o uso da metodologia de resolução de problemas, através do aporte teórico da teoria dos campos conceituais no ensino de matemática.4- Benefícios aos sujeitos da pesquisa: melhoria da autoestima por poderem dar sua contribuição social numa pesquisa científica em favor da educação; ampliação do conhecimento matemático sobre a resolução de problemas aditivos."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa e relevante e atende as normas preconizadas pela COPNEP.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os termos foram apresentados em conformidade.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

As pendências documentais foram atendidas.

Considerações Finais a critério do CEP:

Protocolo Aprovado

Prezado (a) Pesquisador (a), lembre-se que, segundo a Res. CNS 466/12 e sua complementar 510/2016:

O participante da pesquisa tem a liberdade de recusar-se a participar ou de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado e deve receber cópia do TCLE, na íntegra, por ele assinado, a não ser em estudo com autorização de declínio;

V.Sª. deve desenvolver a pesquisa conforme delineada no protocolo aprovado e descontinuar o estudo somente após análise das razões da descontinuidade por este CEP, exceto quando perceber risco ou dano não previsto ao sujeito participante ou quando constatar a superioridade de regime oferecido a um dos grupos da pesquisa que requeiram ação imediata;

O CEP deve ser imediatamente informado de todos os fatos relevantes que alterem o curso normal do estudo. É responsabilidade do pesquisador assegurar medidas imediatas adequadas a evento adverso ocorrido e enviar notificação a este CEP e, em casos pertinentes, à ANVISA;

Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas. Em caso de projetos do Grupo I ou II apresentados anteriormente à ANVISA, o pesquisador ou patrocinador deve enviá-las também à mesma, junto com o parecer aprovatório do CEP, para serem juntadas ao protocolo inicial;

Seus relatórios parciais e final devem ser apresentados a este CEP, inicialmente após o prazo determinado no seu cronograma e ao término do estudo. A falta de envio de, pelo menos, o relatório final da pesquisa implicará em não recebimento de um próximo protocolo de pesquisa de vossa autoria.

O cronograma previsto para a pesquisa será executado caso o projeto seja APROVADO pelo Sistema CEP/CONEP, conforme Carta Circular nº. 061/2012/CONEP/CNS/GB/MS (Brasília-DF, 04 de maio de 2012).

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1138187.pdf	19/09/2018 15:40:36		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_DE_PESQUISA_ATUALIZADO.pdf	19/09/2018 15:39:55	ELIANO DA ROCHA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_ATUALIZADO.pdf	19/09/2018 15:39:19	ELIANO DA ROCHA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_ATUALIZADO.pdf	19/09/2018 15:38:29	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA_ATUALIZADO.pdf	18/09/2018 12:42:56	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_3_DECLARACAO_DE_CONCORDANCIA_EM_CASO_DE_RISCOS.p	15/09/2018 15:20:22	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_2_DECLARACAO_DE_CONCORDANCIA_EM_CASOS_DE_RISCOS.	15/09/2018 15:19:21	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_1_DECLARACAO_DE_CONCORDANCIA_EM_CASO_DE_RISCO.pdf	15/09/2018 15:18:43	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_3_AUTORIZACAO_E_INFRAESTRUTURA.pdf	15/09/2018 15:16:31	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_2_AUTORIZACAO_E_INFRAESTRUTURA.pdf	15/09/2018 15:15:31	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Outros	ESCOLA_1_AUTORIZACAO_E_INFRAESTRUTURA.pdf	15/09/2018 15:14:50	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Declaração de	DECLARACAO_DOS_PESQUISADORE	15/09/2018	ELIANO DA ROCHA	Aceito

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Continuação do Parecer: 3.009.177

Pesquisadores	OK.pdf	15:07:28	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Orçamento	ORCAMENTO_ok.pdf	15/09/2018 15:05:05	ELIANO DA ROCHA	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto.pdf	09/08/2018 11:23:40	ELIANO DA ROCHA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

MACEIO, 08 de Novembro de 2018

Assinado por:
Luciana Santana
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Lourival Melo Mota, s/n - Campus A . C. Simões,
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** comitedeeticaufal@gmail.com